COLLEGIO GEOMETRI LUCCA

Corso di formazione di Topografia

Relatori per la teoria :

Geom. Casini Fabio

Geom. Maccari Roberto

Geom. Paladini Andrea

Geom. Rossini Luigi

Relatori per la pratica :

Geom. Cinelli Giovanni

Topografia…… il suo significato ?

Dal greco topographìa

topos ‘luogo’

Graphìa ‘-graphia’

La topografia è quella scienza che ha come scopo la descrizione numerica e grafica di una limitata porzione di territorio, avendo come riferimento un piano, detto “topografico”, tangente alla “sfera locale”, assunta come modello geometrico della superficie terrestre

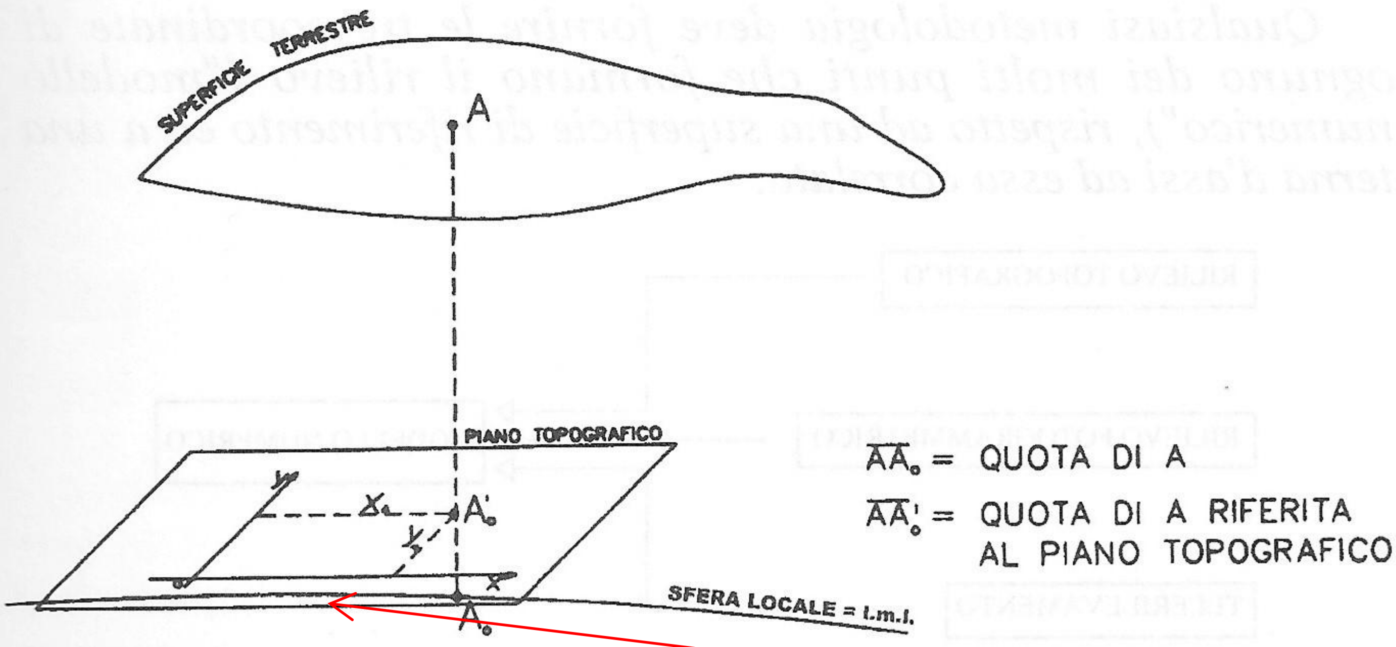


Fig. 1.

Il piano topografico ha un'estensione di circa 12 Km.

Si dice piano topografico l'estensione massima territoriale in cui si può agire con procedimenti topografici per ottenere lo scopo suddetto. In questo caso le verticali (direzioni della forza di gravità = direzioni del filo a piombo) possono considerarsi parallele ed ortogonali al piano topografico…….

Quindi per realizzare la carta o mappa occorre avere la posizione, nello spazio tridimensionale scelto, di un congruo numero di punti del terreno da rilevare, ottenuta tramite tre coordinate (X,Y,Z) per ognuno di essi:

Due ne definiscono la planimetria, come posizione della proiezione del punto sul piano topografico (piano orizzontale), individuato da coppia di coordinate polari (angolo e distanza)

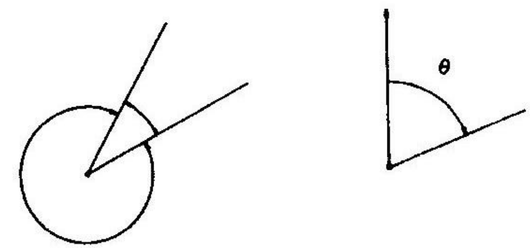
La terza coordinata determina l'altimetria o quota del punto, che può essere definita come la distanza presa sulla verticale, che separa il punto dal livello medio del mare (l.m.m), coincidente con la sfera locale

• Il rilievo topografico

Il rilievo topografico è quello con cui *a terra*, con gli appositi strumenti di misura, ed *a tavolino*, con il calcolo, si ottengono le tre coordinate per ogni punto, realizzando il **modello numerico del terreno**, per poi trasformarlo **nel modello grafico** o **mappa**……..

Le grandezze topografiche sono quelle che vengono misurate in campagna con gli strumenti “tradizionali” e più precisamente:

- **Angoli orizzontali** o **azimutali**, compresi fra due lati sul piano orizzontale



ANGOLI ORIZZONTALI

- **Angoli verticali zenitali** o **di inclinazione**, giacenti sul piano verticale e sempre orientati

ANGOLI VERTICALI

La misurazione degli angoli viene eseguita con le graduazioni:

Sessagesimale o sessadecimale *centesimale* *millesimale*

- **Distanze orizzontali** o **topografiche** fra le proiezioni di due punti sul piano orizzontale, si misurano in metri con approssimazione del centimetro o del millimetro

- **Dislivelli** sono le differenze di quota fra due punti, di cui uno è preso come riferimento, si misurano in metri con approssimazione del centimetro o del millimetro

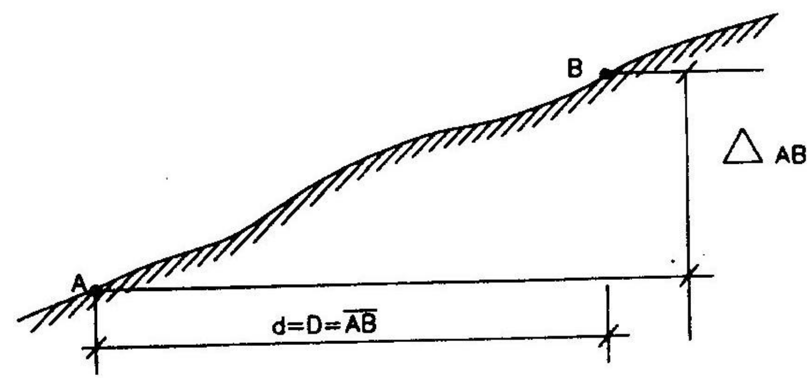


Fig. 3.

Gli strumenti di misura

- I longimetri

I *nastri metrici o bindelle*, misuratori diretti di distanze topografiche, possono essere di fibra o di metallo, delle normali lunghezze di 20 m e 50 m e con graduazione al cm.
Le misure vengono generalmente eseguite *in andata e ritorno*, assumendo la media aritmetica D come valore più probabile, quando la differenza delle due non superi le seguenti tolleranze:

$t = 0{,}008 \times \sqrt{D} + 0{,}0002 \times D$ <u>in terreno pianeggiante</u>

$t = 0{,}010 \times \sqrt{D} + 0{,}0002 \times D$ <u>in terreno ondulato</u>

$t = 0{,}015 \times \sqrt{D} + 0{,}0002 \times D$ <u>in terreno sfavorevole</u>

Gli strumenti di misura

Il Teodolite ottico meccanico reiteratore

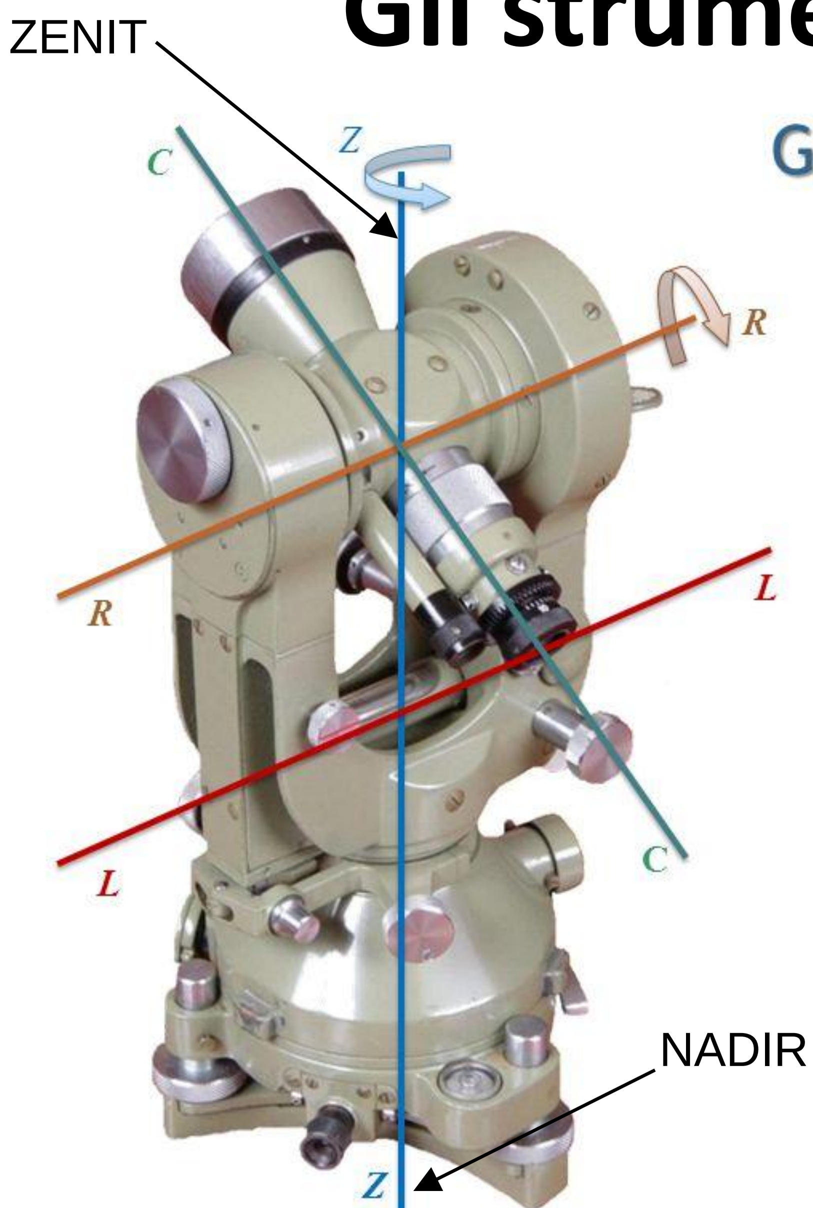
1. *Scopo*

- Misuratore diretto di angoli azimutali e verticali ***(goniometro)***
- Misuratore indiretto di distanze e dislivelli
- Misuratore *celerimetrico*, per la determinazione rapida della posizione tridimensionale del punto *battuto*

2. *Descrizione*

- *basamento*, sorretto dalle tre *viti di base o calanti*, poste ai vertici di un triangolo equilatero, ed avente un supporto sottostante con un foro di impanatura per il vitone di base del treppiede; il basamento può essere provvisto di livella sferica quando la parte sovrastante dello strumento risulti amovibile;
- *Cerchio orizzontale* (CO), imperniato al basamento, con possibilità di rotazione tramite la *vite di reiterazione*, ubicata in vario modo e protetta;
- *Alidada*, anch'essa imperniata al basamento, può ruotare rispetto ad esso attorno *all'asse principale* ZZ dello strumento, avendo una *vite di bloccaggio* ed una *dei piccoli spostamenti*, su di essa sono montate generalmente le *livelle sferica* e *torica* per la *messa in stazione*, termina in alto con due montanti ai quali è imperniato il *cannocchiale* con solidale il *cerchio verticale* (CV), alloggiato in uno dei due montanti
- *Cannocchiale*, distanziometrico, anallattico e capovolgibile è l'organo ottico di puntamento, ruota, assieme al CV, attorno *all'asse secondario* RR, con possibilità di bloccaggio e di piccoli spostamenti tramite le corrispondenti viti, si *adatta alla vista* con l'apposita ghiera dell'oculare e si *adatta alla distanza* con un'altra ghiera, *l'asse di collimazione* CC è la retta che passa per i centri del reticolo e dell'obbiettivo;
- display su una od entrambe le facce dello strumento, dove si riescono a leggere i due cerchi (letture Hz orizzontale e V verticale, nonché distanza sia inclinata che topografica, dislivelli, pendenze, etc.

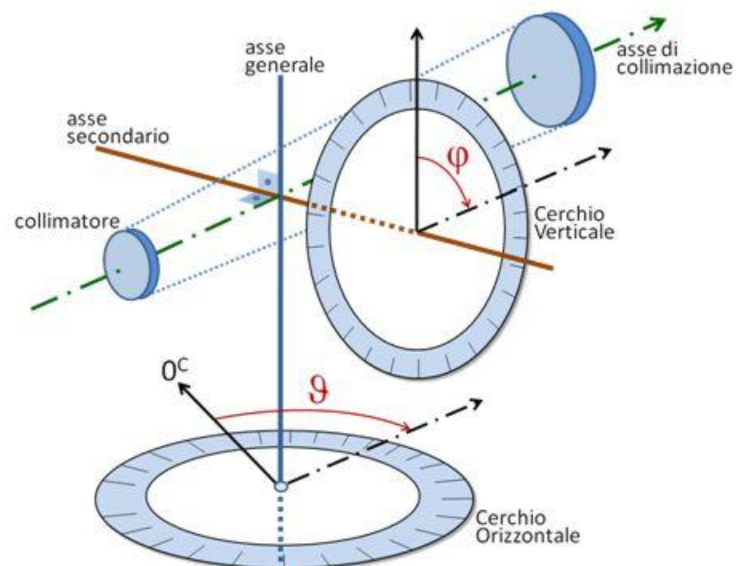
Gli strumenti di misura



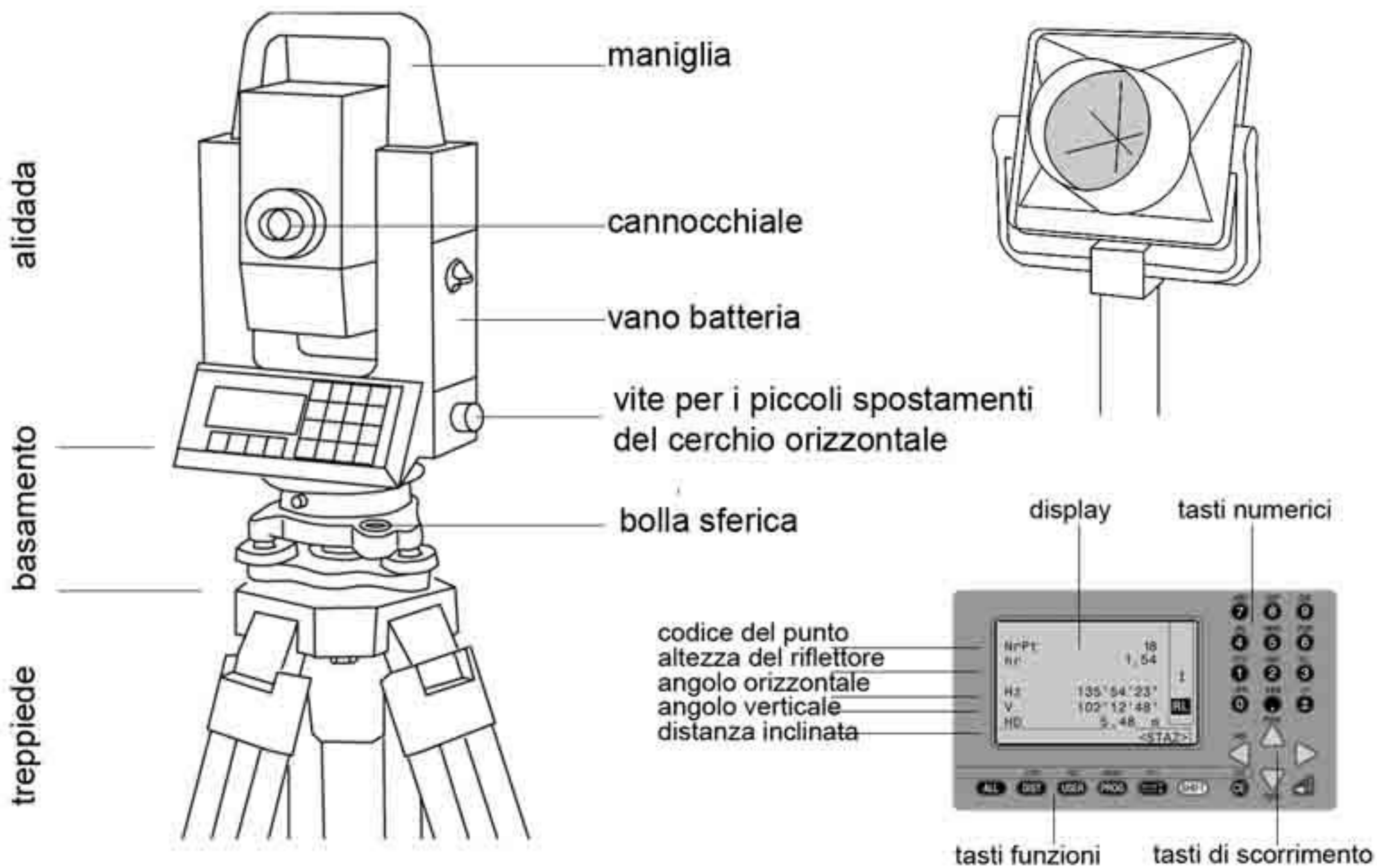
GLI ASSI DEL TEODOLITE

ZZ ASSE PRIMARIO (generale)
RR ASSE SECONDARIO (di rotazione)
CC ASSE DI COLLIMAZIONE
LL ASSE DELLA LIVELLA

GLI ASSI E I CERCHI GRADUATI



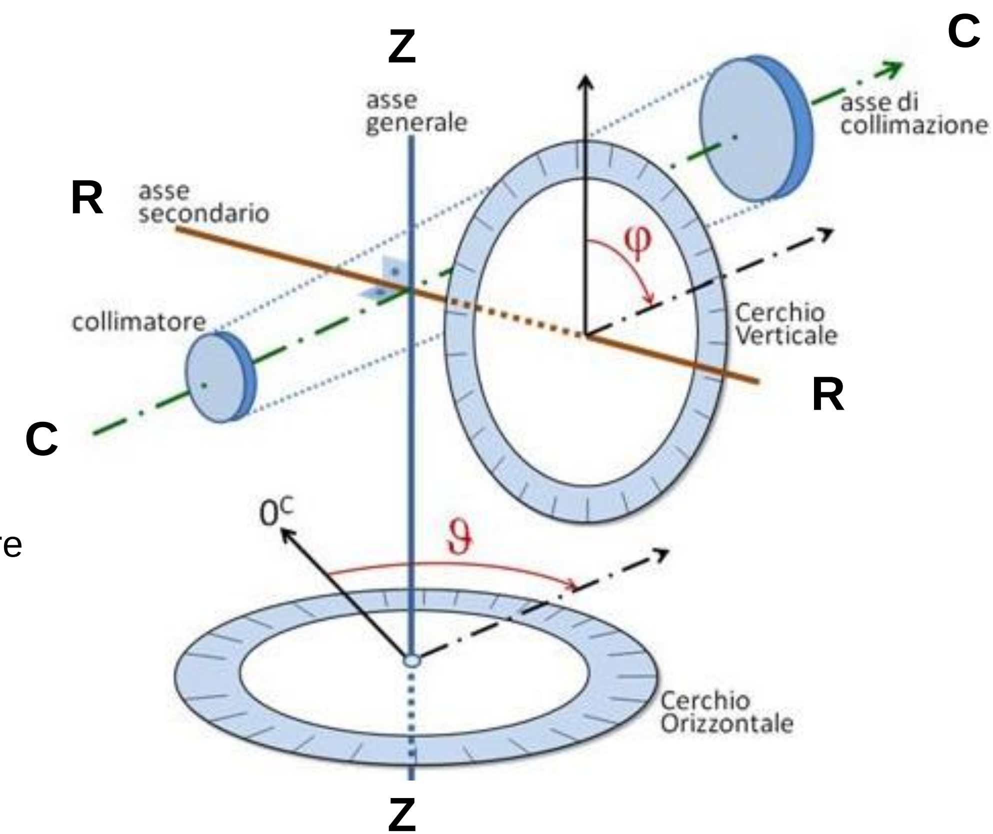
Gli strumenti di misura



Gli strumenti di misura

3. *Condizioni di esattezza*
Le posizioni dell'asse principale rispetto al piano orizzontale, di tutti e tre gli assi fra loro e dei primi due rispetto ai cerchi, determinano le condizioni di esattezza, che devono essere soddisfatte, per un corretto uso dello strumento topografico:

- ZZ deve essere verticale (***evitare l'errore di verticalità***)
- CC deve essere ortogonale a RR (***evitare l'errore di collimazione***)
- RR deve essere ortogonale a ZZ (***evitare l'errore di inclinazione***)
- ZZ e RR devono essere ortogonali rispettivamente al CO e CV (***evitare l'errore di non ortogonalità***)
- ZZ e RR devono passare per i centri dei due cerchi, rispettivamente (***evitare l'errore di eccentricità***)
- RR deve essere incidente a ZZ (***evitare l'errore di eccentricità della linea di mira***)
- Gli intervalli di graduazione dei due cerchi devono essere tutti uguali (***evitare l'errore di graduazione***)
- L'indice di lettura del CV deve essere nella sua giusta posizione (***evitare l'errore dello zenit strumentale***)
- Esatta posizione del piombino ottico (***evitare l'errore di centramento***)



<u>Gli attuali teodoliti danno sufficienti garanzie di esattezza, potendo eliminare parte degli errori residui ancora presenti, l'unica condizione di esattezza demandata all'operatore è la prima, inclusa nella cosiddetta messa in stazione, tutte le altre possono essere demandate a personale specializzato per le eventuali rettifiche.</u>

Gli strumenti di misura

4. *Tipi di teodolite*

- *Da cantiere*, in cui il più piccolo intervallo di graduazione può essere “al 1^{c} “ e l’ingrandimento del cannocchiale di 20x, in alcuni casi è presente la livella torica sul cannocchiale per adoperare il teodolite come livello;
-*Di media precisione*, con graduazioni “ai 10^{cc} “ ed anche più piccole, con ingrandimenti di 25x;
- *Di alta precisione*, aventi graduazioni “al 1^{cc} “ ed anche più piccole, con ingrandimenti di almeno 30x;

Gli strumenti di misura

5. Messa in stazione

- Dopo aver posizionato il treppiede, si monta lo strumento sulla sua testa pressochè orizzontale, fissandolo con il vitone di base, ed avendo preventivamente messo le tre viti di base e tutte le altre micrometriche a metà corsa;

-Centrata la livella sferica, anche con le zampe del treppiede, si rende verticale l'asse ZZ nel modo seguente:

1 – si posiziona la livella torica dell'alidada secondo due viti di base e si centra la bolla agendo a contrasto su di esse, si ruota di 200 ^{c} l'alidada e se la bolla dovesse rimanere centrata, si potrà passare alla fase successiva; se invece la bolla non fosse centrata si dovrà eliminare il suo spostamento per metà con le viti di base e per metà con quelle di rettifica della livella, l'operazione viene verificata ruotando nuovamente l'alidada di 200 ^{c};

2 – Si posiziona la livella secondo la terza vite di base (quella non ancora adoperata), centrando la bolla con quest'ultima: in questo modo si è reso orizzontale il piano passante per la testa delle tre viti di base e quindi verticale ZZ, rigidamente ortogonale a tale piano, l'operazione è bene eseguita quando, qualsiasi sia la posizione della livella torica, la bolla rimane centrata.

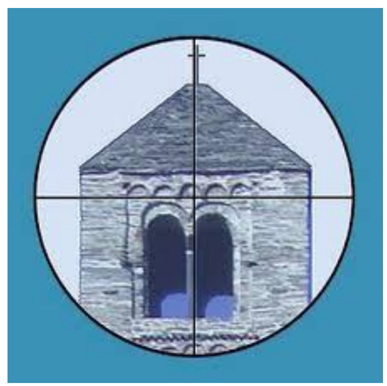
Gli strumenti di misura

6. Collimazione

Per questa operazione la prassi è la seguente:

- adattamento alla vista con cui si realizza la visione nitida del reticolo del cannocchiale, ottenuta mediante la rotazione della ghiera dell'oculare, dopo aver indirizzato il cannocchiale verso una parete luminosa ed a colore uniforme;

-Adattamento alla distanza avente per scopo la visione nitida dell'immagine del punto sul piano del reticolo, ottenuta con la rotazione dell'apposita ghiera, dopo aver cercato l'oggetto con il mirino esterno del cannocchiale; il centramento definitivo del punto si ottiene con le viti micrometriche dell'alidada e del cannocchiale;



Gli strumenti di misura

REGOLA DI BESSEL

Una volta soddisfatte le condizioni di esattezza le misurazioni degli angoli azimutali possono risultare ancora imprecise in seguito ad errori residui di:

- verticalità
- collimazione
- inclinazione
- non ortogonalità
- eccentricità dell'alidada
- eccentricita dell'asse di collimazione

L'errore residuo di verticalità non è un errore eliminabile, come quello di non ortogonalità, ma a differenza di quest'ultimo il primo influirebbe sulle misurazioni mentre il secondo no.

Per tutti gli altri errori si può applicare la compensazione mediante la regola di Bessel che esprime:

In un goniometro a cannocchiale capovolgibile è possibile eliminare tutti gli errori residui escluso quelli di verticalità ed ortogonalità, facendo la media aritmetica delle letture agli indici diametralmente opposti con il cannocchiale posizionato con il cerchio zenitale a destra ed a sinistra.

Gli strumenti di misura

METODO RIPETITORE

Con questo metodo si intende calcolare l'angolo compreso nel punto di stazione e formato dalle due direzioni tra il punto di stazione e due punti scelti.

La procedura da eseguire è la seguente:

tenendo bloccato il cerchio al basamento collimiamo il punto A e ne eseguiamo la lettura ai cerchi.

Procediamo ora alla collimazione del punto B sempre tenendo il cerchio bloccato al basamento.

Una volta eseguita questa operazione, fissiamo il cerchio all'alidada e ricollimiamo il punto A in modo da spostare il cerchio graduato di un valore pari all'angolo che si vuole misurare.

Successivamente blocchiamo nuovamente il cerchio al basamento e collimiamo il punto B, ora eseguiamo la medesima operazione di prima:

blocchiamo il cerchio all'alidada e collimiamo il punto A.

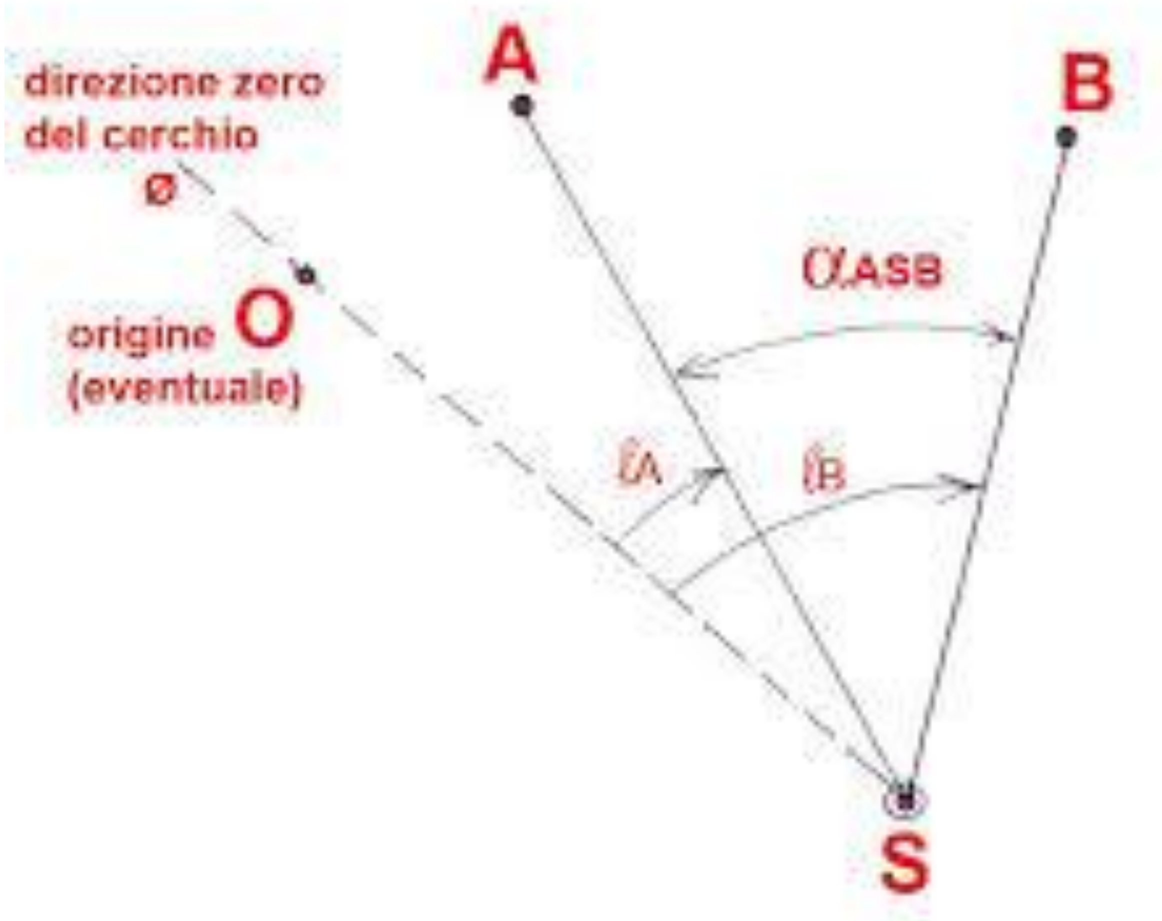
Fissiamo il cerchio al basamento e ricollimiamo ancora B.

Se facciamo le lettura al microscopio del punto B otterremo il valore del punto, una volta eseguite due ripetizioni, nel caso se ne volessero di più basta ripetere le stesse operazioni prima descritte fino al numero di ripetizioni desiderate; in questo caso abbiamo la lettura del punto A e la lettura del punto B una volta eseguite le due ripetizioni.

Per calcolare il valore compreso tra le due direzioni AS ed SB non dobbiamo svolgere altro che una semplice regola matematica così strutturata per il metodo ripetitore.

Avendo fatto letture coniugate dei punti calcoliamo gli angoli azimutali e zenitali rilevati con la ***regola di Bessel***, una volta eseguito questo calcolo siamo sicuri di possedere il valore degli angoli escluso quello degli errori residui perciò possiamo proseguire svolgendo la differenza dell'ultima lettura con la prima e dividendo il risultato per il numero di ripetizioni, avremo così l'angolo risultante.

Metodo ripetitore



Gli strumenti di misura

METODO REITERATORE

A differenza del metodo ripetitore, quello reiteratore consente il movimento del cerchio orizzontale in maniera totalmente indipendente sia dall'alidada che dal basamento, utilizzando l'apposita vite a cremagliera.

Avendo a disposizione un goniometro reiteratore e volendo misurare, come nel primo caso, l'angolo ASB si procede nel seguente modo:

Lasciando il cerchio fissato al basamento si possono compiere le due letture dei punti in modo da ottenere, mediante la sottrazione del primo dal secondo, un primo valore dell'angolo.

Con collimazione in B si ruota il cerchio graduato orizzontale di un angoli pari ad un angolo giro diviso il numero di reiterazioni che si vuole eseguire (es. $400^c : 4 = 100^c$) e si esegue la collimazione, e conseguente lettura, del punto A, in modo da ottenere un secondo valore dell'angolo sempre sottraendo il primo valore dal secondo.

Collimando sempre in A si ruota nuovamente il cerchio orizzontale di 400^c: n eseguendo nuovamente la lettura del punto A. Quindi si torna a collimare B e si eseguono le corrispondenti letture.

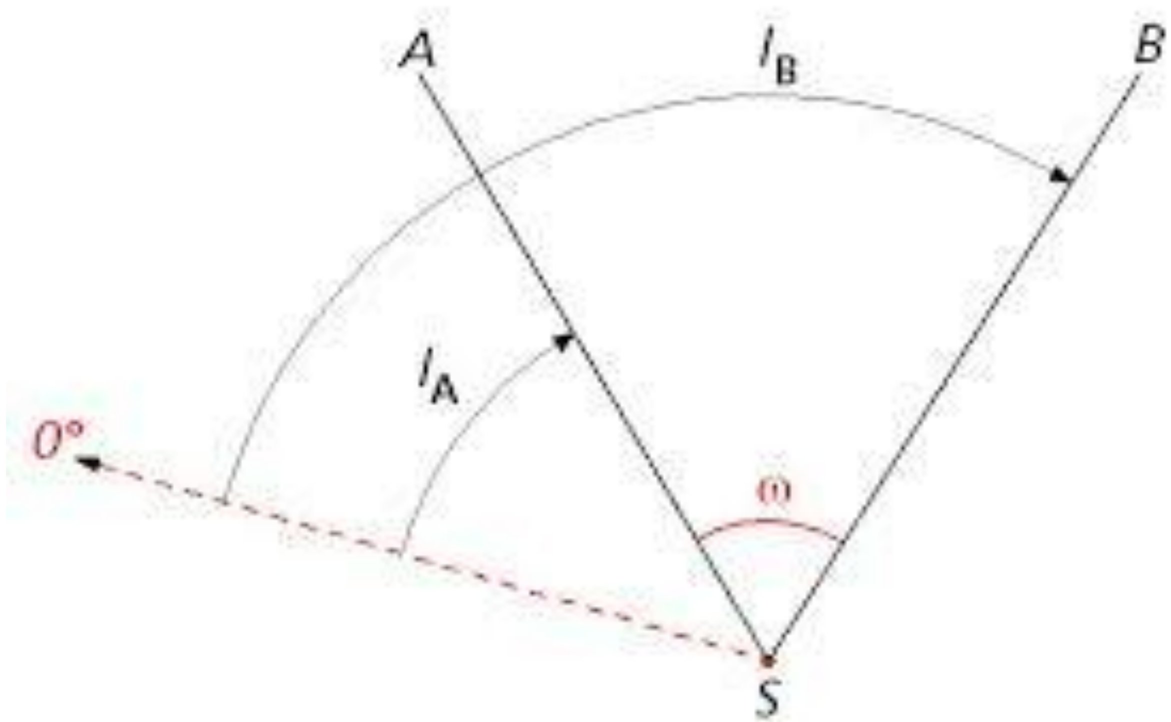
Abbiamo un terzo valore dell'angolo.

Per trovare il valore medio dell'angolo in questione l'operazione più semplice da eseguire sarebbe quella di sommare i tre angoli e dividere il risultato per il numero di reiterazioni effettivamente il metodo è questo ma si può semplificare ancora di più sostituendo agli angoli la differenza della sommatoria delle letture in B con la sommatoria delle letture in A.

In questo modo otterremo che :

il risultato della sommatoria delle letture in B sottratta della sommatoria delle letture in A e diviso il numero di reiterazioni sia l'angolo ASB.

Metodo reiteratore



Gli strumenti di misura

Misurazione delle distanze con il metodo stadimetrico (in disuso)

Il reticolo distanziometrico di un cannocchiale, oltre ai due fili principali, ne ha incisi altri due orizzontali.

Lo strumento che coadiuva il teodolite per la misura indiretta della distanza è la stadia verticale; essa è un'asta lunga generalmente 3 metri, graduata in centimetri, in maniera tale che possa essere visionata nel migliore dei modi. La sua immagine nel campo del cannocchiale viene letta in corrispondenza dei due fili orizzontali distianziometrici e del filo medio; le tre letture sono legate dalla seguente relazione:

$$\boxed{l_m = (l_s + l_i) / 2}$$

Questo tipo di misura della distanza si dice ad angolo parallattico costante, e gli attuali teodoliti hanno tutti il cosiddetto cannocchiale anallattico.

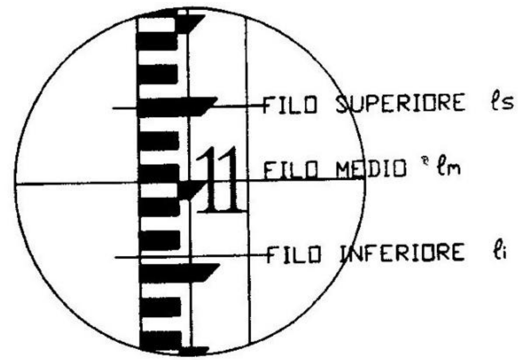
La formula, con il cannocchiale inclinato, è la seguente:

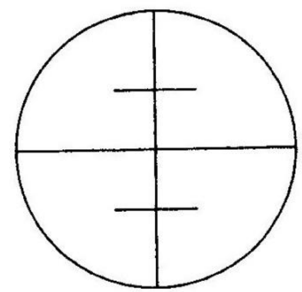
$$\boxed{D = K \cdot S \cdot Sen^2\, \Phi}$$

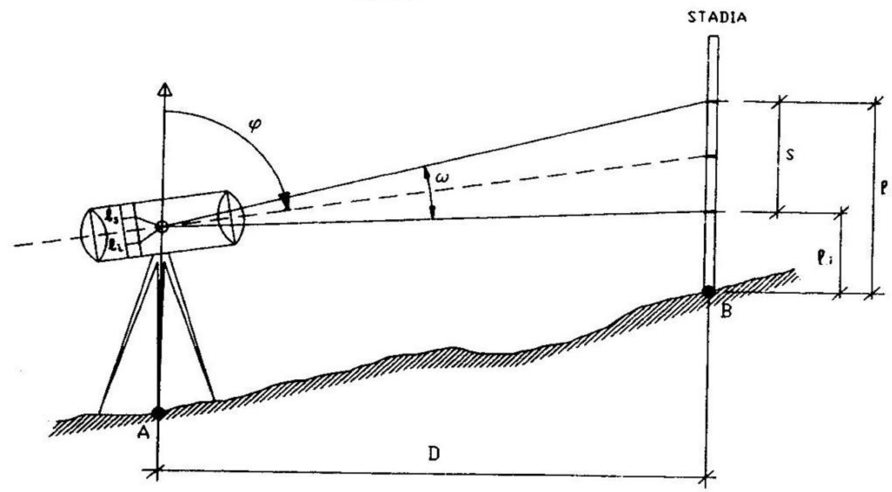
K = 100 (costante distanziometrica)

$S = l_s - l_i$ (intervallo di stadia)

Φ = angolo zenitale, letto in corrispondenza del filo medio







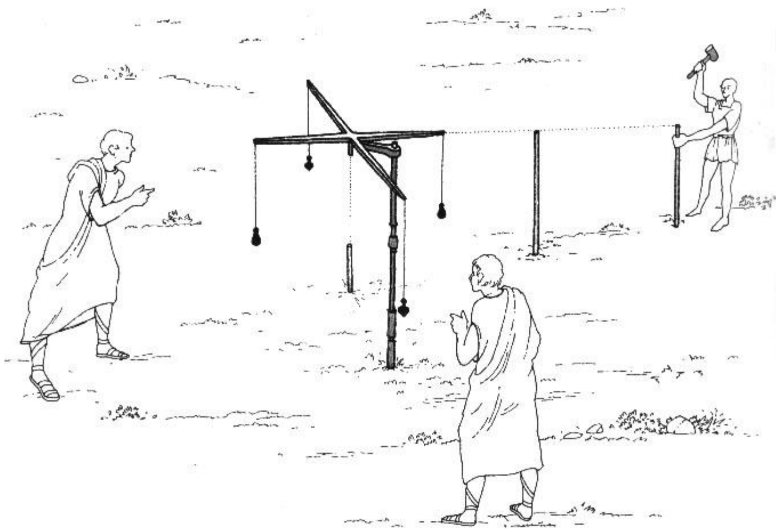
Gli strumenti di misura

SQUADRO AGRIMENSORIO

Lo squadro agrimensorio è uno strumento usato in topografia costituito da una scatola, generalmente cilindrica, ottagonale o sferica, dotata alla base di un manicotto che serve per fissare lo strumento ad una palina o ad un trepppiede. Questo strumento permette l'individuazione di linee sul terreno perpendicolari tra loro o formanti un angolo di 45°.
Deriva dalla groma, una coppia di aste alla cui estremità erano legati quattro fili a piombo ed era fissato a terra.
Sulla superficie dello squadro sono presenti otto fessure, disposte in direzioni opposte tra loro e formanti un angolo di 45°, entro le quali si possono traguardare i segnali in modo da eseguire allineamenti perpendicolari tra loro. Lo squadro può anche essere graduato ed in questo caso è costituito da due scatole cilindriche coassiali, quella inferiore riporta un cerchio graduato e quella superiore una tacca di riferimento. In questo modo è possibile misurare (con scarse precisioni) l'angolo formato tra due direzioni.
Affinchè lo squadro sia in condizioni di rettifica, devono essere verificate contemporaneamente tre condizioni di esattezza:
- ✓ ogni coppia di fenditure deve definire un piano verticale
- ✓ ogni piano verticale deve passare per il centro
- ✓ gli angoli tra i piani devono essere tali

1. Guardando attraverso le fenditure, esse devono essere parallele e verticali;
2. Si colloca una palina puntandola con lo strumento, poi, se ruotandolo di 200 c la palina si vede dalla fenditura, la condizione è verificata;
3. Si collocano quattro paline e da una fenditura qualunque, si ruota lo squadro fino alla fenditura successiva, se lo strumento ha ruotato di 100 c, la condizione è verificata.

Dalla GROMA allo SQUADRO AGRIMENSORIO



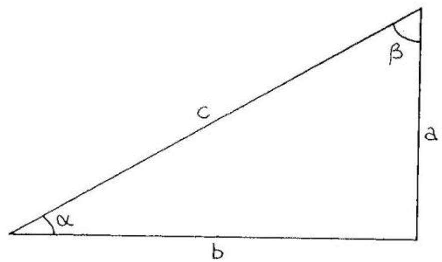
La Groma

Lo squadro agrimensorio

Trigonometria

TRIANGOLO RETTANGOLO

RELAZIONI FRA GLI ELEMENTI



$$a = c \cdot sen\,\alpha = c \cdot \cos\beta = b \cdot tag\,\alpha = b \cdot ctg\,\beta = \frac{b}{tag\,\beta} = \frac{b}{ctg\,\alpha}$$

$$b = c \cdot \cos\alpha = c \cdot sen\,\beta = a \cdot tag\,\beta = a \cdot ctg\,\alpha = \frac{a}{tag\,\alpha} = \frac{a}{ctg\,\beta}$$

$$c = \frac{a}{sen\,\alpha} = \frac{a}{\cos\beta} = \frac{b}{sen\,\beta} = \frac{b}{\cos\alpha}$$

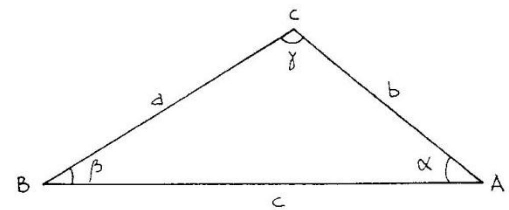
$sen\,\alpha = \frac{a}{c}$ $\quad \cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\quad tag\,\alpha = \frac{a}{b}$ $\quad ctg\,\alpha = \frac{b}{a}$

$sen\,\beta = \frac{b}{c}$ $\quad \cos\beta = \frac{a}{c}$ $\quad tag\,\beta = \frac{b}{a}$ $\quad ctg\,\beta = \frac{a}{b}$

Esempi di operazioni sui triangoli

TEOREMA DEI SENI

SOLUZIONE DI UN TRIANGOLO NOTI DUE ANGOLI ED UN LATO



DATI:

$c = 230$

$\alpha = 35^c7747$

$\beta = 51^c6056$

$\gamma = 200^c - (\alpha + \beta) =$

$= 112^c6197$

$sen\,\alpha = 0.532835$

$sen\,\beta = 0.724714$

$sen\,\gamma = 0.980417$

$$\frac{c}{sen\,\gamma} = \frac{b}{sen\,\beta} = \frac{a}{sen\,\alpha}$$

$$\frac{230}{0.980417} = \frac{b}{0.724714} = \frac{a}{0.532835}$$

$$a = \frac{230}{0.980417}\, 0.532835 = 125$$

$$b = \frac{230}{0.980417}\, 0.724714 = 170.0136$$

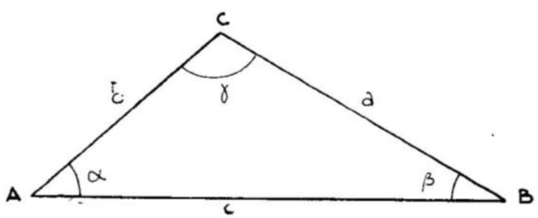
CONTROLLO:

$$\frac{a}{0.532835} = \frac{b}{0.724714}$$

$$b = \frac{a}{0.532835}\, 0.724714 = 170.0136$$

Trigonometria

TEOREMA DI NEPERO



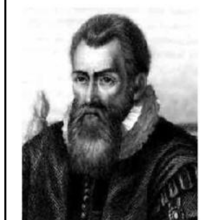
$$\tan \tfrac{1}{2}(\alpha-\beta) = \frac{a-b}{a+b} \cdot \tan \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)$$

$$\tan \tfrac{1}{2}(\alpha-\gamma) = \frac{a-c}{a+c} \cdot \tan \tfrac{1}{2}(\alpha+\gamma)$$

$$\tan \tfrac{1}{2}(\beta-\gamma) = \frac{b-c}{b+c} \cdot \tan \tfrac{1}{2}(\beta+\gamma)$$

Esempi di operazioni sui triangoli

John Napier, noto come **Giovanni Nepero** o, più spesso, semplicemente **Nepero** (Merchiston Castle, 1550 – Edimburgo, 4 aprile 1617), è stato un matematico, astronomo e fisico scozzese, celebre per l'introduzione del logaritmo naturale, dei bastoncini (o ossi) di Nepero e anche per aver sostenuto l'uso delle frazioni decimali e del punto come separatore decimale.



TEOREMA DI CARNOT

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$$

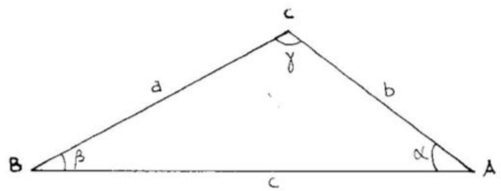
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$$

Lazare Nicolas Marguérite Carnot (Nolay, 13 maggio 1753 – Magdeburgo, 2 agosto 1823) è stato un generale, matematico, fisico e politico francese.

Trigonometria

FORMULE DI BRIGGS

SOLUZIONE DI UN TRIANGOLO DI CUI SIANO NOTI I LATI



DATI:

a = 125.00

b = 170.0136

c = 230.00

2p = 525.0136

p = 262.5068

$$\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{b\cdot c}} = 0.2772914 \qquad \frac{\alpha}{2} = 17^c88735 \qquad \alpha = 35^c7747$$

$$\operatorname{sen}\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{a\cdot c}} = 0.3943031 \qquad \frac{\beta}{2} = 25^c8028 \qquad \beta = 51^c6056$$

$$\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-a)}{b\cdot a}} = 0.7736065 \qquad \frac{\gamma}{2} = 56^c30985 \qquad \gamma = 112^c6197$$

200^{c}0000

ALTRE FORMULE

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}} \qquad \operatorname{tag}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}$$

$$\cos\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{p(p-b)}{ac}} \qquad \operatorname{tag}\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}}$$

$$\cos\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{p(p-c)}{ab}} \qquad \operatorname{tag}\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}}$$

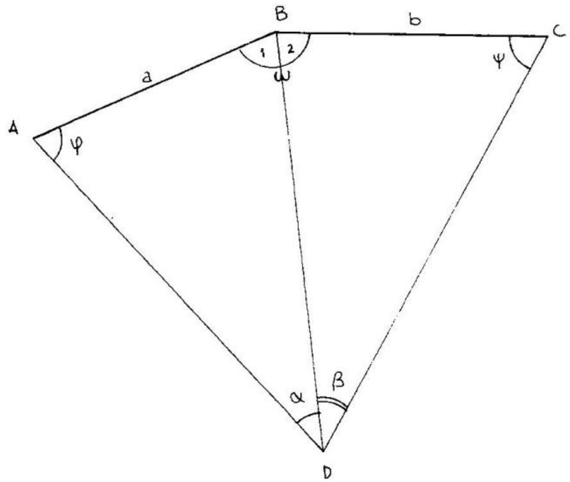
Esempi di operazioni sui triangoli

Henry Briggs (Halifax, febbraio 1561 – Oxford, 26 gennaio 1630) è stato un matematico britannico.
È famoso per avere introdotto i logaritmi comuni, in suo onore detti talvolta *briggiani* (in base 10) partendo dai logaritmi naturali introdotti da Nepero e per aver contribuito efficacemente alla loro diffusione.

Trigonometria

Esempi di operazioni sui triangoli

PROBLEMA DI POTHENOT



NOTI $a, b, \omega, \alpha, \beta$, CALCOLARE ω_1, ω_2 e $\overline{BD}$

$$\text{tg}\,\frac{\varphi - \psi}{2} = \text{tg}\,\frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \frac{1 - \text{tg}\,\theta}{1 + \text{tg}\,\theta}$$

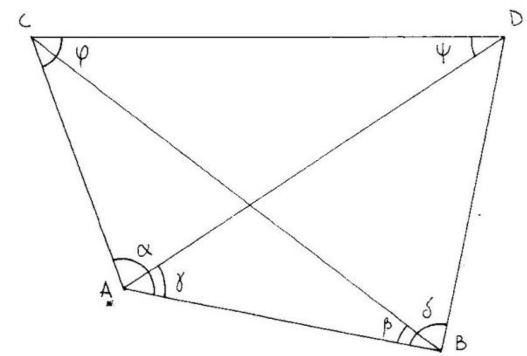
$$\text{tg}\,\theta = \frac{a \text{ sen}\,\beta}{b \text{ sen}\,\alpha}$$

I valori di φ e ψ si trovano per somma e differenza di $\frac{\varphi+\psi}{2}$ e $\frac{\varphi-\psi}{2}$

Ricavati i valori di ω_1 e ω_2 si calcola $\overline{BD}$.

PROBLEMA DI HANSEN

CALCOLARE IL LATO $\overline{AB}$ ESSENDO NOTI, IL LATO $\overline{CD}$ E GLI ANGOLI $\alpha, \beta, \gamma, \delta$



$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 100^c - \frac{\alpha - \gamma}{2}$$

$$\text{tg}\,\frac{\varphi - \psi}{2} = \text{tg}\,\frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \text{cotg}\,(50^c + \theta)$$

$$\text{cotg}\,\theta = \frac{\text{sen}\,\delta \cdot \text{sen}\,(\alpha + \beta)}{\text{sen}\,\beta \cdot \text{sen}\,(\gamma + \delta)}$$

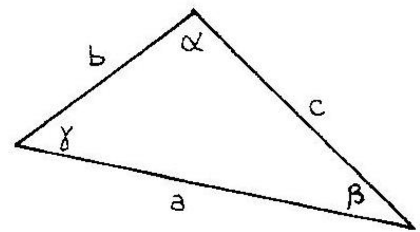
I valori di φ e ψ si trovano per somma e differenza di $\frac{\varphi+\psi}{2}$ e $\frac{\varphi-\psi}{2}$

Ora si possono calcolare i lati $\overline{AC}$ - $\overline{BC}$ - $\overline{AD}$ - $\overline{BD}$ - $\overline{AB}$

Trigonometria

AREA DEL TRIANGOLO

In funzione di due lati e angolo compreso:



$$S = 1/2\ ab\ \text{sen}\,\gamma = 1/2\ ac\ \text{sen}\,\beta = 1/2\ bc\ \text{sen}\,\alpha$$

In funzione di due angoli e lato compreso:

$$b = \frac{a\ \text{sen}\,\beta}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{a\ \text{sen}\,\beta}{\text{sen}(200^c - \alpha)} = \frac{a\ \text{sen}\,\beta}{\text{sen}(\beta + \gamma)}$$ (dal teorema dei seni)

Sostituendo il valore di **b** alla $S = 1/2\ ab\ \text{sen}\,\gamma$ avremo:

$$S = 1/2\ \frac{a^2\ \text{sen}\,\beta\ \text{sen}\,\gamma}{\text{sen}(\beta + \gamma)}$$ e per analogia

$$S = 1/2\ \frac{b^2\ \text{sen}\,\alpha\ \text{sen}\,\gamma}{\text{sen}(\alpha + \gamma)} = 1/2\ \frac{c^2\ \text{sen}\,\alpha\ \text{sen}\,\beta}{\text{sen}(\alpha + \beta)}$$

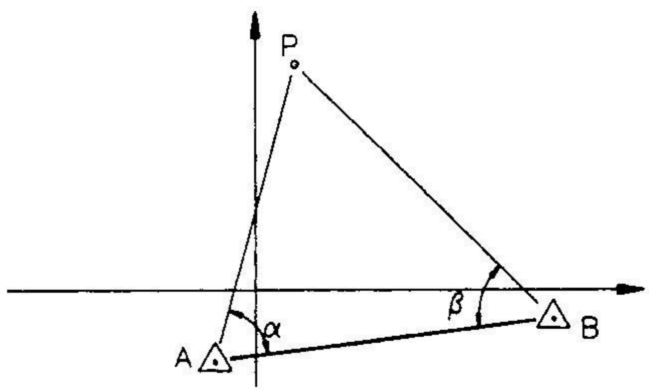
In funzione dei tre lati (formula di Erone):

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$ dove p = semiperimetro

Trigonometria

I punti trigonometrici sono due (punto A e B), ed il punto incognito uno soltanto(P, che si trova alla sinistra di un osservatore che da A guarda B). In campagna si misurano gli angoli sui punti noti (α e β), mentre il punto incognito è giudicato inaccessibile.

Intersezione in avanti



-Elementi noti:
A (X_A ; Y_A); B (X_B ; Y_B); α; β

-Elementi incogniti:
X_P ed Y_P

Per la soluzione si calcola
$P = 200^g - (\alpha + \beta)$
e quindi si procede come nel caso della triangolazione, ottenendo le due coppie di coordinate coincidenti di P, dalle due provenienze A e B. Anche in questo caso, spesso si esegue l'operazione senza le coordinate di A e B, avendo a disposizione la sola distanza AB (detta base).

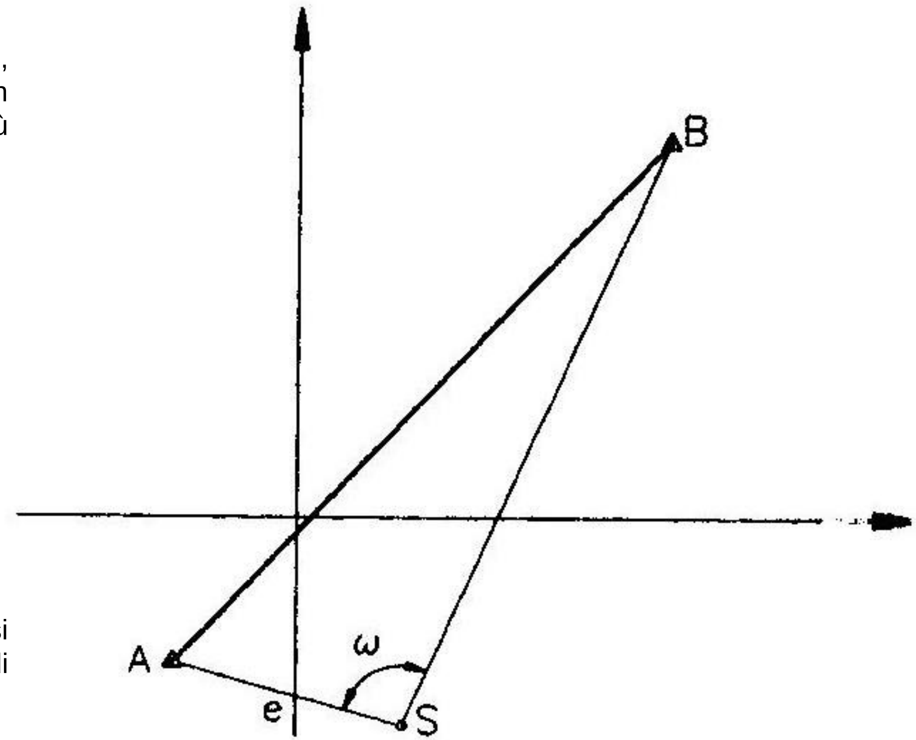
Trigonometria

Apertura a terra

Il punto incognito è uno (S nella figura a lato) ed i punti noti sono due (A e B, di cui A molto vicino ad S), si misurano con grande precisione l'angolo con vertice il punto incognito (ω) e la distanza fra quest'ultimo ed il punto noto più prossimo (e).

-Elementi noti:
A (X_A; Y_A); B (X_B;Y_B); SA = e; ω

-Elementi incogniti:
X_S ed Y_S



Risoluzione
$\Delta_X = X_B - X_A$; $\Delta_Y = Y_B - Y_A$; Tag (AB) = Δ_X / Δ_Y;

(BA) = (AB) + 200^g; $\overline{AB} = \Delta_X/\text{sen}(AB) = \Delta_Y/\cos(AB)$;

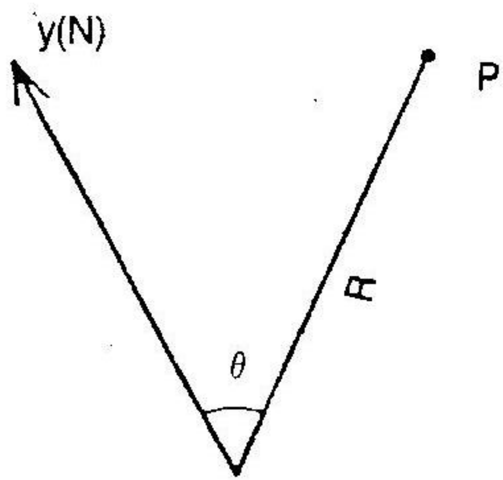
Del triangolo ABS sono noti ω, $\overline{SA}$ = e, $\overline{AB}$, con i quali (Teorema dei seni) si possono calcolare gli angoli SBA, SAB (per differenza); si imposta quindi l'intersezione in avanti ABS, ottenendo le coordinate cartesiane di S.

L'apertura a terra non è iperdeterminata.

Trigonometria

Coordinate Polari

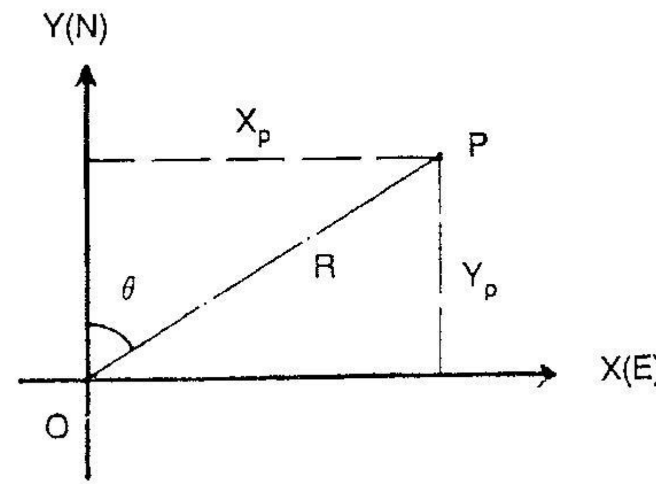
Il punto **P** è definito dall'angolo **θ** e dal raggio vettore **R**



Trasformazione delle coordinate polari in cartesiane

$\mathbf{X_P}$ = R x sen θ

$\mathbf{Y_P}$ = R x cos θ

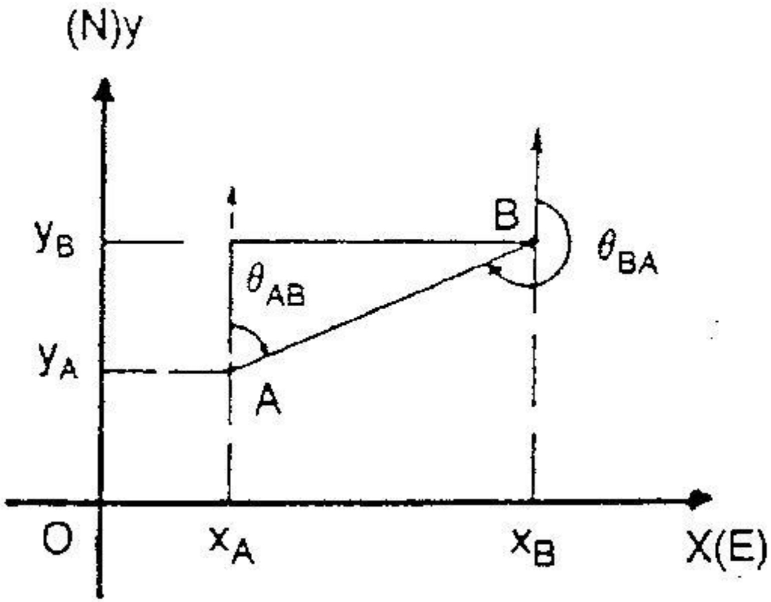


Trigonometria

Calcolo dell'Azimut

$$\text{tg}\ \theta_{AB} = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}$$

$$\theta_{BA} = \theta_{AB} + 200^c$$



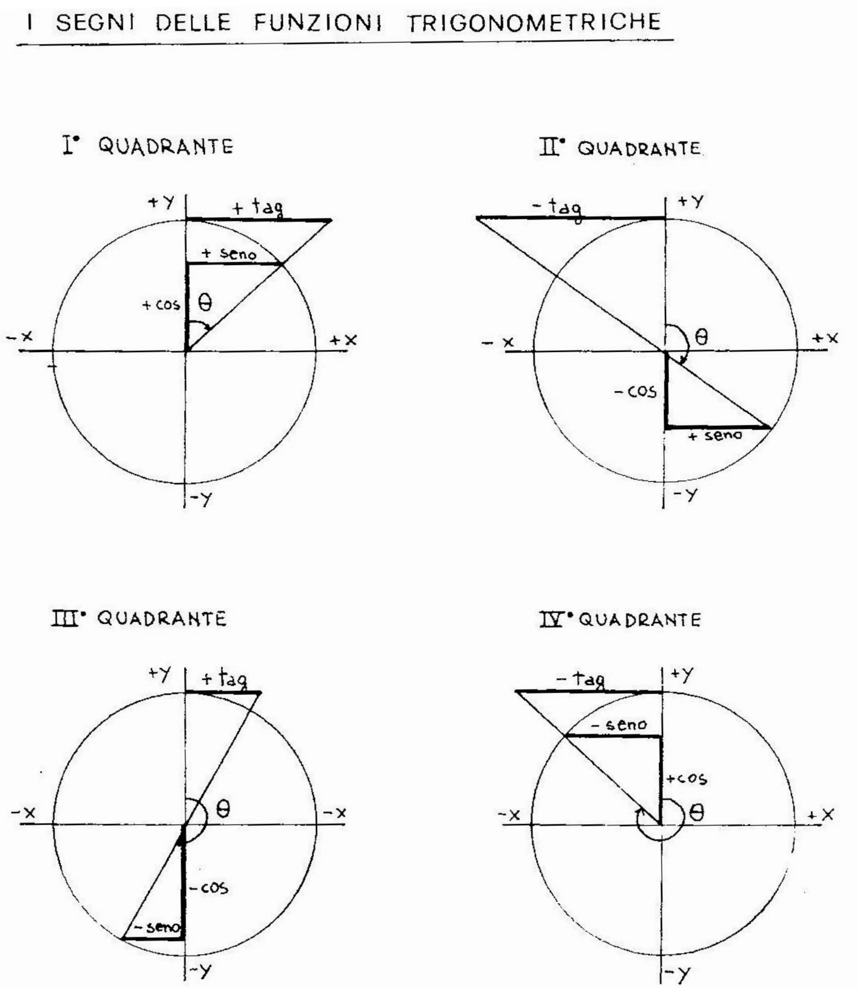
quando $\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A} = \frac{+}{+}$ $\theta_{AB} = \alpha$

quando $\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A} = \frac{+}{-}$ $\theta_{AB} = 200^c - \alpha$

quando $\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A} = \frac{-}{-}$ $\theta_{AB} = 200^c + \alpha$

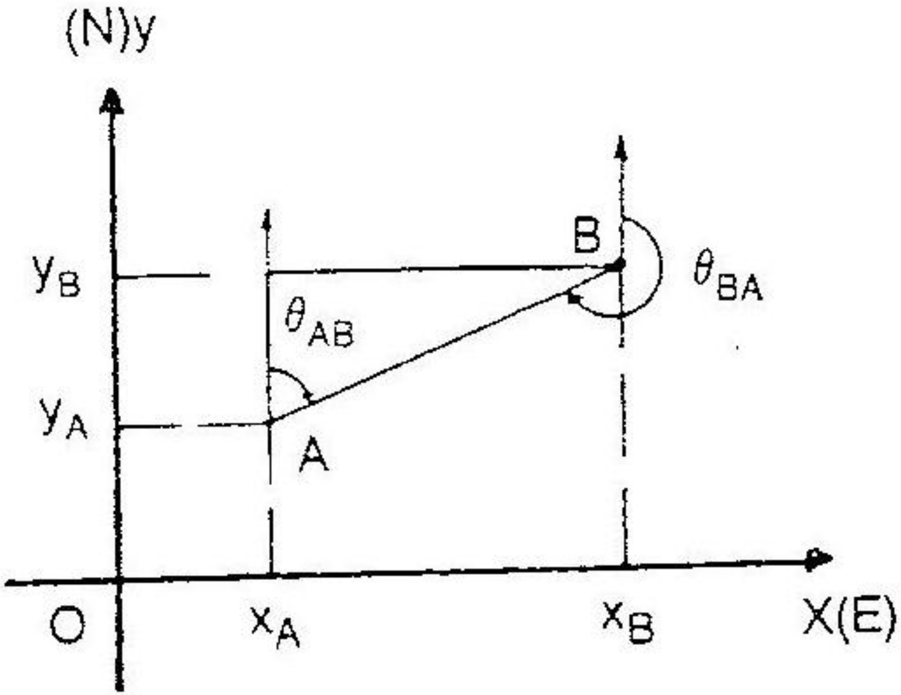
quando $\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A} = \frac{-}{+}$ $\theta_{AB} = 400^c - \alpha$

Trigonometria



QUADRANTE	SENO	COSENO	TANGENTE
I°	+	+	+
II°	+	−	−
III°	−	−	+
IV°	−	+	−

Trigonometria



Calcolo delle coordinate dei punti conoscendo le distanze e gli angoli

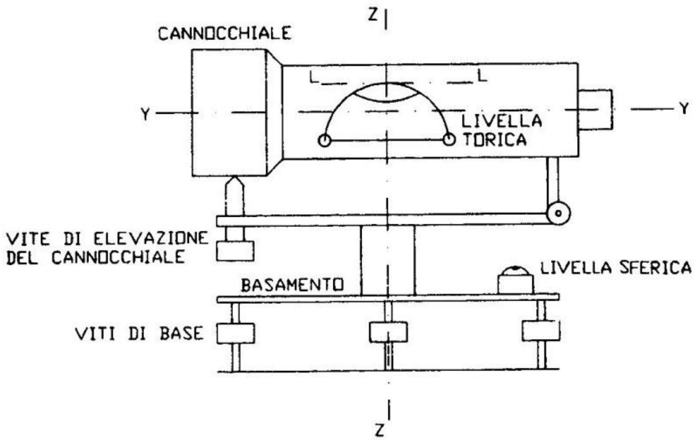
$$x_B = x_A + \overline{AB}\ \text{sen}\ \theta_{AB}$$
$$y_B = y_A + \overline{AB}\ \cos\theta_{AB}$$

Calcolo della distanza mediante le coordinate cartesiane

$$\overline{AB} = \frac{x_B - x_A}{\text{sen}\ \theta_{AB}}$$

Le Livellazioni

Livello ottico-meccanico
E’ uno strumento che deve assicurare l’esatta orizzonatalità dell’asse di mira.
Scopo
• misuratore indiretto dei dislivelli (scopo principale)
•Misuratore diretto di angoli orizzontali, con modeste precisioni, quando è provvisto di apposito cerchio;
•Misuratore indiretto di distanze con il metodo stadimetrico, se provvisto di cannochiale distanziometrico.



Nel livello **si** distinguono 3 assi:
- Asse di rotazione della traversa ZZ;
-Asse di collimazione YY;
-Asse della livella torica LL

Lamina pian-paralela

Tipi di livello
-**Da cantiere**, sono usati nei lavori edili e simili, spesso sono provvisti di sola livella sferica ed il cerchio orizzontale di modesta precisione, può essere ruotato a mano dall’esterno, l’ingrandimento del cannocchiale è generalmente di 20X;
-Di media precisione, sono provvisti di livella sferica e torica, ed il cerchio orizzontale, di normale precisione, può essere visionato con un microscopio composto, il cannocchiale distanziometrico anallattico, ha ingrandimenti del tipo 25X;
-**Di precisione ed i alta precisione**, hanno le stesse caratteristiche di quelli precedenti, mentre il cerchio orizzontale potrebbe anche mancare, il cannocchiale ha ingrandimenti di almeno 30X ed in alcuni casi, davanti all’obbiettivo, **ha una lamina pian-parallela**, la cui rotazione è comandata da un tamburo, che serve per apprezzare anche le frazioni di millimetro della lettura alla stadia, la quale è spesso provvista di una lamina di invar e sorretta da un apposito supporto per mantenerla perfettamente verticale;
-**Autolivelli**, hanno il cosiddetto compensatore, che rende automaticamente orizzontale l’asse di collimazione, con il solo centramento della bolla della livella sferica. Il meccanismo autolivellante è montato sugli strumenti di media e alta precisione.

Le Livellazioni

Uso

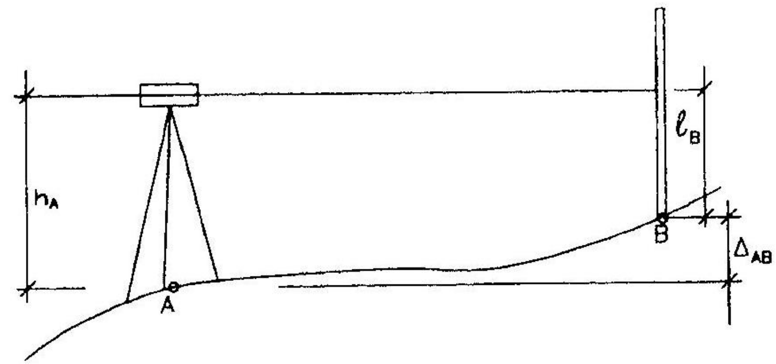
Oltre ad assolvere ad accesori compiti celerimetrici, il livello è essenzialmente un misuratore indiretto di dislivelli tramite le livellazioni geometriche, realizzate con visuali orizzontali del cannocchiale. E' buona norma eseguire le livellazioni di questo tipo non oltre i 60 metri di distanza.

Livellazione da un estremo e reciproca

Con il livello in A e la stadia in B, ottenuta l'orizzontalità dell'asse di collimazione, si misurano h_A (altezza strumentale) ed l_B (letura al filo medio); la formula della livellazione da un estremo è

$$\Delta_{AB} = h_A - l_B$$

Scambiando livello e stadia sui due medesimi punti, si ha la livellazione reciproca ($\Delta_{BA} = h_B - l_A$; $\Delta_{AB} = -\Delta_{BA}$), ottenendo un altro valore dello stesso dislivello che serve come verifica, con questa livellazione si potrebbe calcolare l'errore di lettura alla stadia, dovuto alla non esatta orizzontalità dell'asse di mira.



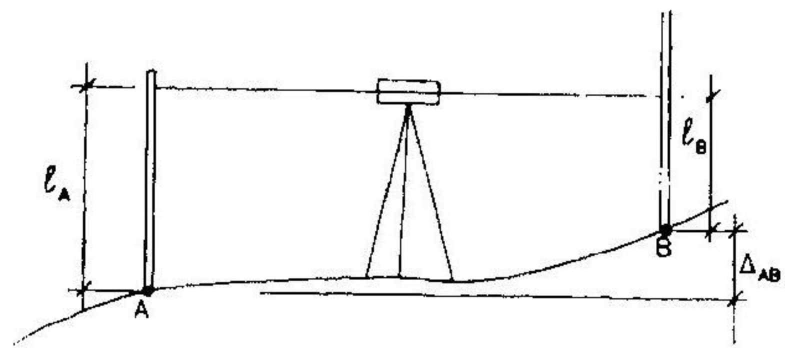
Livellazione semplice dal mezzo

Si esegue posizionando il livello esattamente alla stessa distanza dai due punti, anche se non sullo stesso allineamento, la formula è la seguente

$$\Delta_{AB} = l_A - l_B$$

L A (controbattuta) e l B (battuta) sono le due letture al filo medio delle stadie poste sui due punti; questo tipo di livellazione ha i seguenti pregi:

- è esente dall'errore di orizzontalità dell'asse di mira, dall'errore di curvatura terrestre e di rifrazione atmosferica;
- è esente dall'altezza strumentale, di non facile misura;
- la distanza di battuta risulta doppia rispetto alla livellazione da un estremo.



Le Livellazioni

Livellazione composta dal mezzo

$\Delta_{AB} = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$ $\boxed{\Delta_{AB} = \Sigma \text{ controbattute } - \Sigma \text{ battute}}$

Queste livellazioni possono essere reciproche o chiuse.
Le precisioni delle livellazioni geometriche seguono la seguente formula:
Errore chilometrico m

$\boxed{M = +/- mk * \sqrt{D}}$ (in mm)

Mk = errore medio chilometrico D = lunghezza in Km della linea di livellazione

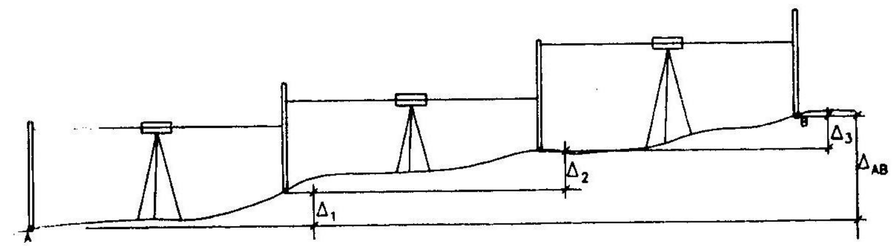
10 mm ≥ mk ≤ 5 mm per livellazioni da cantiere;
5 mm ≥ mk ≤ 2 mm per livellazioni di media precisione;
2 mm ≥ mk ≤ 1 mm per livellazioni di precisione;
mk ≤ 1 mm per livellazioni di alta precisione

Tolleranza per le livellazioni reciproche o chiuse

$\boxed{t = +/- a * \sqrt{D}}$ (in mm)

a = errore massimo ammissibile per chilometero di linea livellata;
può assumersi pari a tre volte l'errore mk della corrispondente livellazione

D = distanza in Km di linea livellata



Le Livellazioni

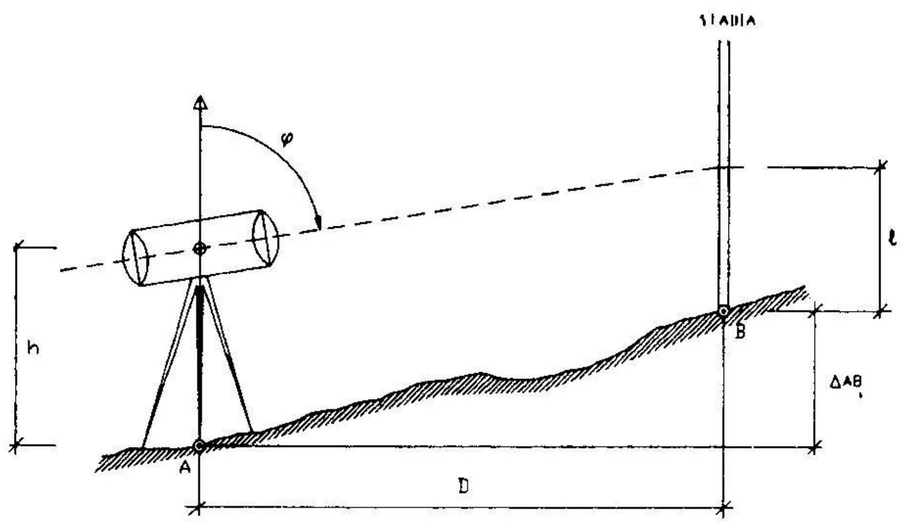
Livellazione ecclimetrica **(in disuso)**

Con questa livellazione si misura il dislivello fra quote riferite al piano topografico, è quindi consigliabile non superare i 200 m circa di battuta.
La formula è la seguente:

$$\boxed{\Delta_{AB} = D * \text{cotg}\ \Phi + h - l}$$

D = distanza fra i due punti;
Φ = angolo zenitale;
H = altezza strumentale;
L = lettura al filo medio o altezza del segnale

La precisione del metodo può ritenersi pari a +/- 4 cm di dislivello per ogni 100 m. di battuta e per inclinazioni modeste del cannocchiale



Le Livellazioni

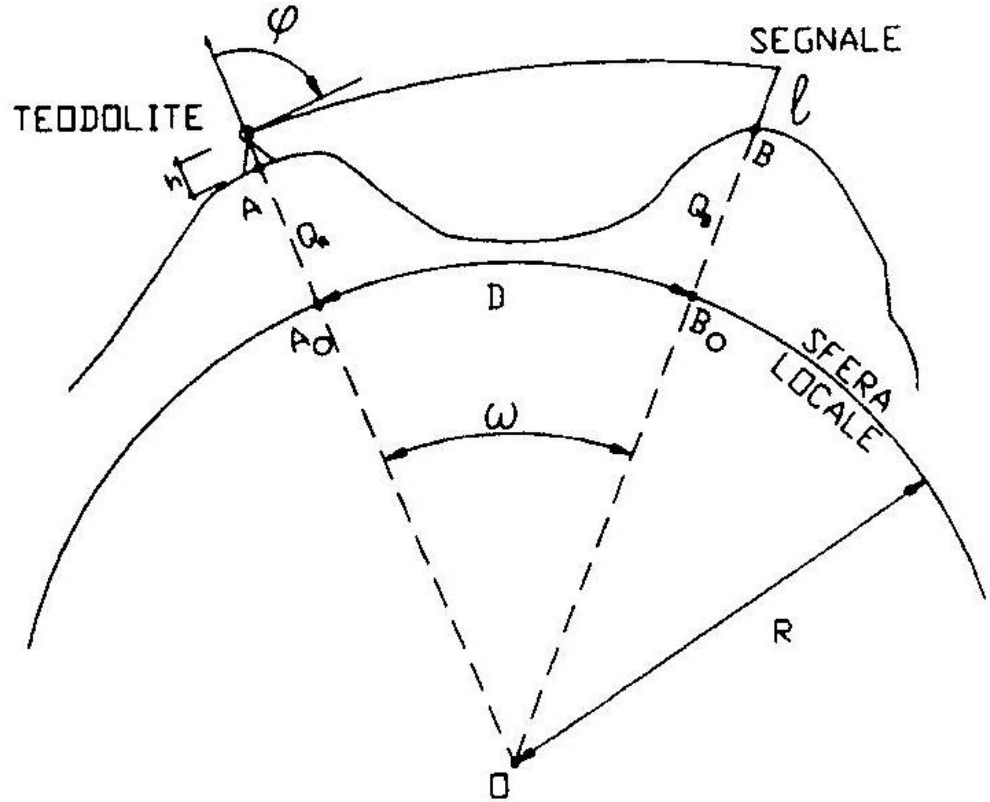
Livellazione Trigonometrica da un estremo

Si applica in genere per distanze superiori ai 200 m ed inferiori ai 10 km.
Nella formula compaiono i cosiddetti errori di curvatura e di rifrazione, che complessivamente e già ad una distanza di 300 m, incidono sul dislivello per circa 0,6 cm.
La formula è la seguente:

$$\boxed{\Delta_{AB} = D * (1+Q_m / R) * \text{cotg}\, \Phi + h - l + [\, (1 - K) / 2R \,] * D^2}$$

Φ = angolo zenitale “apparente” (misurato);
h = altezza strumentale (misurata);
l = altezza del segnale (nota);
D = distanza generalmente non misurata ma calcolata;
R = raggio della sfera locale = 6.377.000 m;
K = coefficiente di rifrazione = 0,14 ;
Q m = quota media dei due punti: in genere è nota QB, mentre QA si può calcolare in prima approssimazione tramite il Δ dato dalla Formula incompleta
$\Delta_{AB} = D * \text{cotg}\, \Phi + h - l + [\, (1 - K) / 2R \,] * D^2$

Tale metodo e iterativo, dovendo calcolare più volte il dislivello approssimato,
fino a quando quest’ultimo sia della stessa entità di quello esatto.
La precisione del metodo può ritenersi di +/- 3 cm/km di distanza.



Le Poligonali

La poligonale è un’operazione geometrico-topografica con cui si determina la posizione planimetrica di una serie di punti, collegati tra loro da una spezzata aperta o chiusa.
Si distinguono in:

-Poligonali aperte orientate e non orientate, scarsamente usate poiché non iperdeterminate;

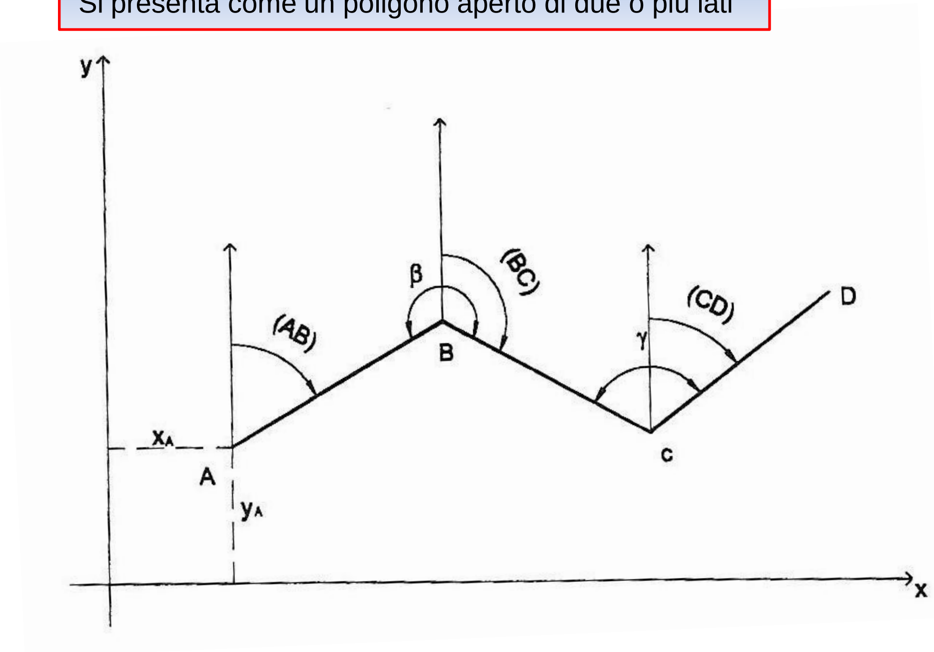
-Poligonali chiuse orientate e non orientate, iperdeterminate;

-Poligonali vincolate, orientate ed iperdeterminate.

Nell’ambito operativo si preferiscono le poligonali vincolate rispetto a quelle chiuse, nelle quali ultime la propagazione dell’errore è molto più rilevante, specialmente per i vertici più distanti dal primo.
Il verso di percorrenza, cioè la numerazione progressiva dei vertici, è un elemento molto importante e lo si deve precisare ogni volta che si organizza questo tipo di operazione. I lati della poligonale debbono avere lunghezza confrontabile e lo sviluppo di quelle aperte non dovrebbe discostarsi molto dalla congiungente primo-ultimo vertice

Le Poligonali

Poligonale aperta orientata
Si presenta come un poligono aperto di due o più lati



2) Risoluzione del Calcolo delle coordinate parziali

$(B)_A \rightarrow (X_B)_A$ = AB sen (AB); $(Y_B)_A$ = AB cos (AB)

$(C)_B \rightarrow (X_C)_B$ = BC sen (BC); $(Y_C)_B$ = BC cos (BC)

$(D)_C \rightarrow (X_D)_C$ = CD sen (CD); $(Y_D)_C$ = CD cos (CD)

Elementi noti:
- Verso di percorrenza dal punto A al punto D;
- Orientamento. Posizione del primo vertice A (X_A, Y_A) e azimut del primo lato (AB), ambedue rilevati in una fase precedente;
- Tutti gli angoli ai vertici, misurati in campagna e determinati secondo la seguente regola generale: si prendono in considerazione gli angoli generati dalla rotazione in senso orario del lato precedente sul lato seguente, secondo il verso di percorrenza scelto;
- Tutti lati misurati in campagna.

1) Risoluzione del calcolo degli azimut

Si esegue attraverso la propagazione o trasporto d'azimut. L'azimut seguente è uguale a quello precedente sommato all'angolo al vertice corrispondente, circa un angolo piatto; è più quando la somma dei primi due è inferiore ad un angolo piatto ed è meno nel caso opposto *(è possibile che dopo l'operazione l'azimut sia superiore a 400_{gon}; in tal caso si deve ancora togliere un angolo giro)*.

(AB) noto a priori
(BC) = (AB) + $\beta \pm 200^g$ **(CD) = (BC) + $\gamma \pm 200^g$**

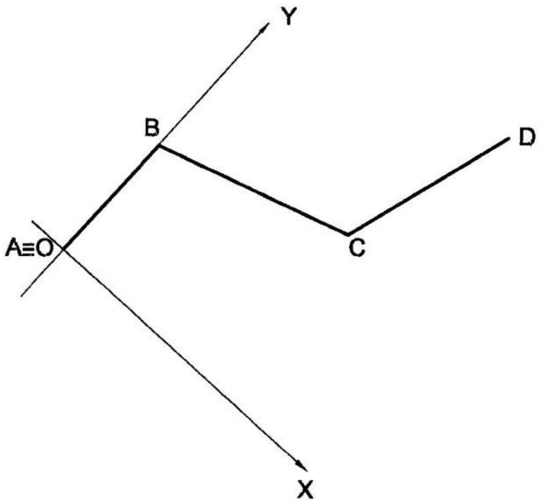
3) Risoluzione del calcolo delle coordinate totali

A (X_A ; Y_A) $\rightarrow$ note a priori
B ($X_B = X_A + (X_B)_A$; $Y_B = Y_A + (Y_B)_A$)
C ($X_C = X_B + (X_C)_B$; $Y_C = Y_B + (Y_c)_B$)
D ($X_D = X_C + (X_D)_C$; $Y_D = Y_C + (Y_D)_C$)
Si potrebbero calcolare le totali con le seguenti formule:
X_B = AB sen (AB) + X_A ; Y_B = AB cos (AB) + Y_A

Lo stesso per i vertici successivi ……………..

Le Poligonali

Poligonale aperta non orientata

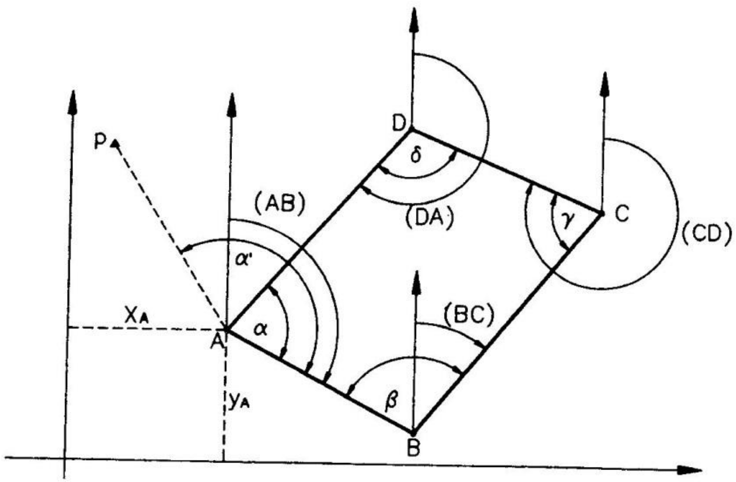


In questo caso non si ha la posizione degli assi coordinati che si deve indicare rispetto alla poligonale, in genere tale posizione si sceglie facendo coincidere l'origine con il primo vertice ed uno dei due semiassi positivi con il primo lato.
Le coordinate del primo vertice sono nulle e lo stesso dicasi per l'azimut; ottenendo così nel gergo topografico un sistema di riferimento detto "orientamento locale".

Le poligonali aperte, sia orientate che non orientate, non sono iperdeterminate, non danno cioè la possibilità di alcuna verifica delle misurazioni in campagna: è bene applicarle solo quando non si ha altra scelta.

Le Poligonali

Poligonale chiusa orientata



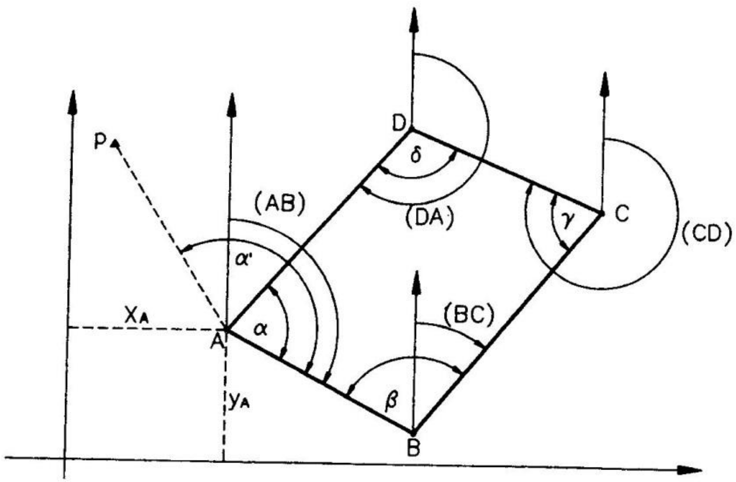
Elementi noti:
• verso di percorrenza antiorario con primo vertice A;
•Orientamento: posizione del primo vertice A (Xa;Ya);
(Posizione di un punto noto esterno P(Xp;Yp), angolo misurato α' = PAB
A è generalmente un punto rilevato, i punti esterni di tipo P possono essere quelli trigonometrici e ne occorrerebbero più di uno , anche gli angoli α' dovrebbero essere più di uno per l'iperdeterminazione dell'orientamento, secondo la normativa catastale, la distanza fra i punti A e P non deve essere inferiore a 1000m);
•Tutti gli angoli interni e tutti i lati del quadrilatero ABCDA
Elementi incogniti:
Le coordinate cartesiane dei vertici BCD.

Chiusura angolare

Si confronta la somma degli angoli interni misurati ai vertici con quella teorica (Σ teorica angoli = 200 c x (n-2), dove n= numero degli angoli, ottenendo l'errore di chiusura angolare.
Δa = Σ angoli misurati – Σ teorica
La quale va confrontata con la tolleranza angolare, il cui valore è del tipo:
T_a = +/-a√n (n= numero degli angoli), ove a è un coefficiente da stabilire in relazione alla precisione che si deve o si vuole ottenere;
Se $\Delta_a \leq T_a$ si aggiunge (se errore negativo) o si toglie (se errore positivo) ad ogni angolo la quantità: $\tilde{\sigma} = \Delta_a / n$ ottenendo la compensazione angolare empirica.
Qualora l'errore dovesse risultare superiore alla tolleranza, si dovrebbero misurare nuovamente tutti gli angoli.

Le Poligonali

Poligonale chiusa orientata



Calcolo degli azimut

Il primo azimut si calcola tramite le cartesiane di P ed A e l'angolo di orientamento α':
Tag (PA) = Δx/Δy
(AB) = (PA) + α' +/- 200c; (BC) = (AB) + β +/- 200c;
(CD) = (BC) + ɣ +/- 200c; (DA) = (CD)+ δ +/- 200c;
(AB) = (DA) + α +/- 200c (questo azimut deve coincidere con il primo, per verifica)
Gli angoli indicati nei calcoli degli azimut, sono già compensati.

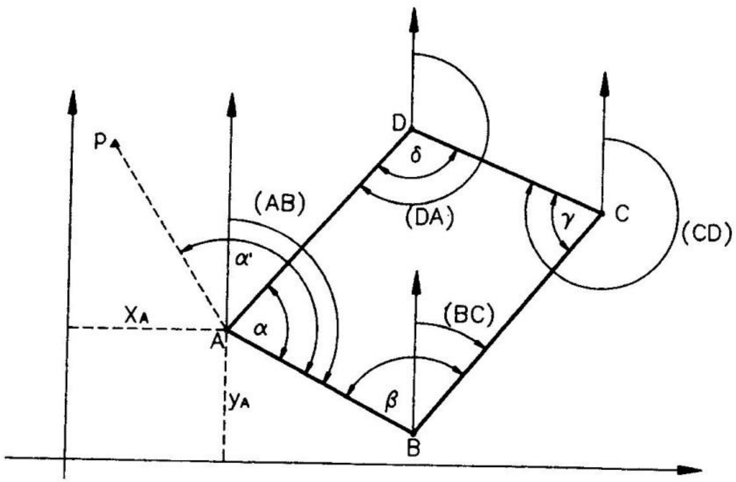
Calcolo delle coordinate parziali

Si esegue con successive traslazioni di assi:

$(B)_A$	$(XB)_A$ = AB * sen (AB);	$(YB)_A$ = AB * cos (AB)
$(C)_B$	$(XC)_B$ = BC * sen (BC);	$(YC)_B$ = BC * cos (BC)
$(D)_C$	$(XD)_C$ = CD * sen (CD);	$(YD)_C$ = CD * cos (CD)
$(A)_D$	$(XA)_D$ = DA * sen (DA);	$(YA)_D$ = DA * cos (DA)

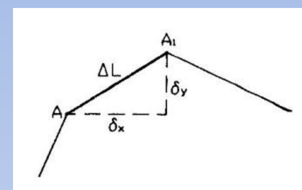
Le Poligonali

Poligonale chiusa orientata



Chiusura Lineare

Le somme algebriche delle ascisse e delle ordinate parziali dovrebbero essere nulle, generalmente tali somme danno valori differenti da zero:
$\delta_X = \Sigma$ X parziali, $\delta_Y = \Sigma$ Y parziali
L'errore di chiusura lineare si calcola nel seguente modo:
$\Delta_L = \sqrt{\delta^2_X + \delta^2_Y}$



tale errore va confrontato con la tolleranza lineare che può essere del tipo:
$t_L = +/\text{-}a * \sqrt{\Sigma L}$
ove a dipende dalla precisione voluta o dovuta e ΣL = sviluppo della poligonale in metri.

Se $\Delta L \leq t$ L si passa alla compensazione lineare empirica seguendo questo procedimento:
-Calcolo dell'errore unitario secondo X e secondo Y:

$U_X = \delta_X / \Sigma L$; $U_Y = \delta_Y / \Sigma L$

-Compensazione per ogni coordinata, ripartendo l'errore in proporzione alla distanza che compete alla coordinata stessa, in più se l'errore è negativo, in meno nel caso opposto:

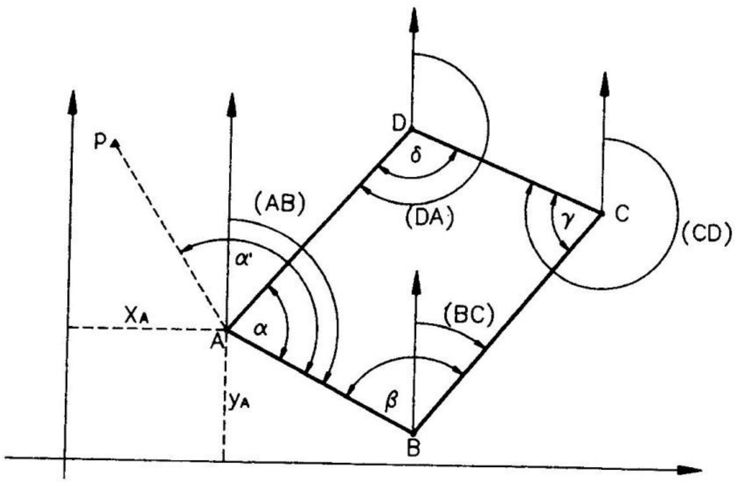
$(X_B)'_A = (X_B)_A +/\text{-}\ U_X * AB$; $(Y_B)'_A = (Y_B)_A +/\text{-}\ U_Y * AB$

$(X_C)'_B = (X_C)_B +/\text{-}\ U_X * BC$; $(Y_C)'_B = (Y_C)_B +/\text{-}\ U_Y * BC$
…………………………………………………………………….....

Se l'errore dovesse eccedere la tolleranza, si dovrebbero eseguire di nuovo tutte le misure.

Le Poligonali

Poligonale chiusa orientata



Calcolo delle cartesiane assolute o totali

A ($X_{A;}$ Y_A); B ($X_B = X_A + (X_B)'_A$; $Y_B = Y_A + (Y_B)'_A$);

C ($X_C = X_B + (X_c)'_B$; $Y_C = Y_B + (Y_c)'_B$);

D ($X_D = X_C + (X_D)'_C$; $Y_D = Y_C + (Y_D)'_C$);

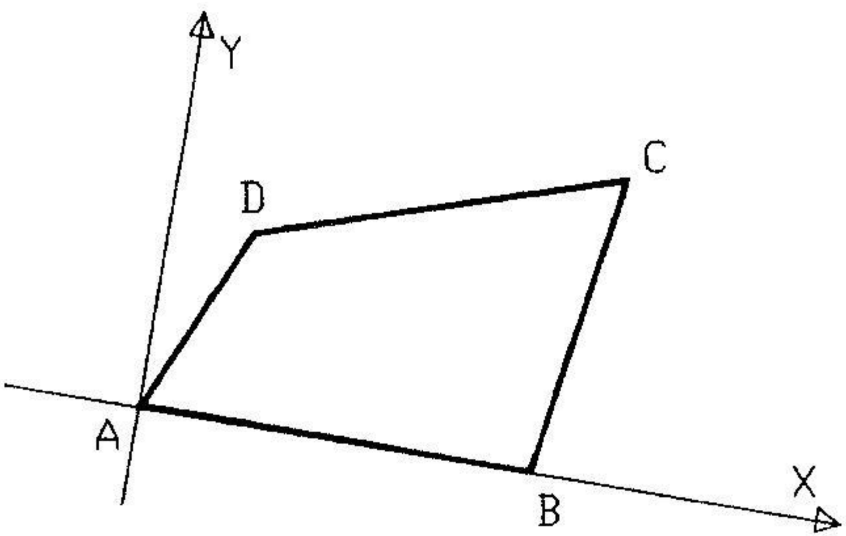
A ($X_A = X_D + (X_A)'_D$; $Y_A = Y_D + (Y_A)'_D$);

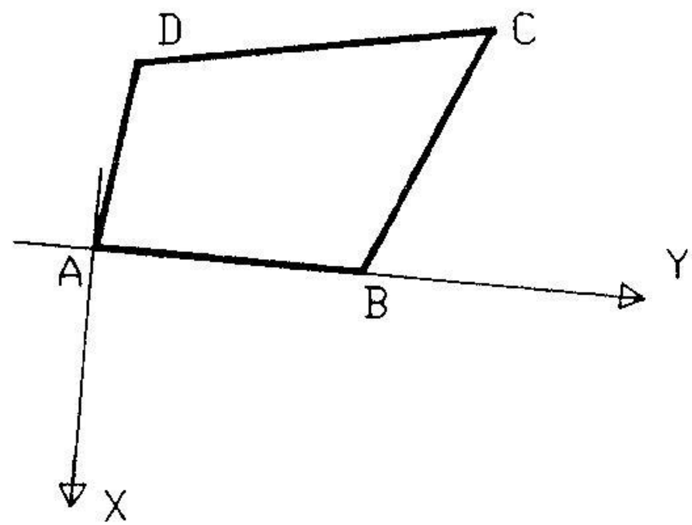
L'ultima coppia di coordinate deve coincidere con la prima.

Le Poligonali

Poligonale chiusa non orientata

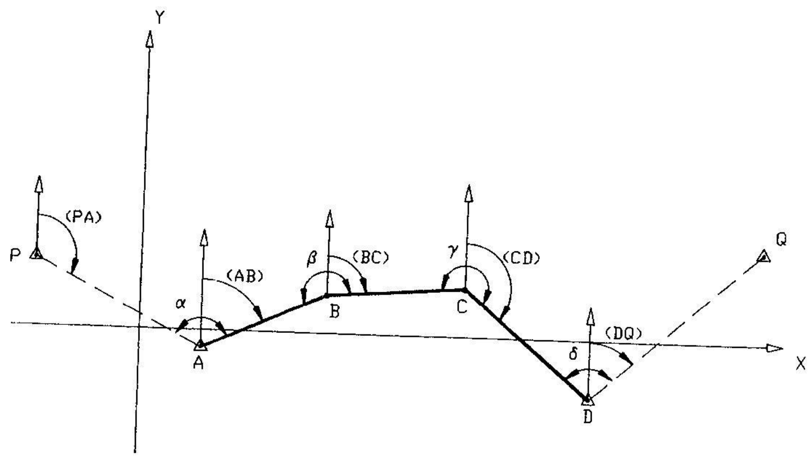
Per il posizionamento degli assi si procede come visto per le poligonali aperte, con l’avvertenza di annullare la compensazione di una delle due cartesiane parziali del secondo vertice, affinchè tale punto rimanga sull’asse che coincide con il primo lato, l’errore si deve ripartire solo sugli altri vertici.





Le Poligonali

Poligonale aperta vincolata



Detta poligonale assume la forma di una spezzata aperta, in cui il primo e l'ultimo vertice sono di cartesiane note (i vincoli A e D della figura).
Da A deve essere visibile un altro punto noto P (punto indietro) e da D un secondo punto noto Q (punto avanti).
Come per qualsiasi altra poligonale devono essere misurati tutti gli angoli, compresi quelli sul primo e l'ultimo vertice, e tutti i lati.

Elementi noti:
P (X_P, Y_P); A(X_A; Y_A); D(XD; YD); Q(XQ;YQ);
α , β , ɣ , δ , AB, BC, CD

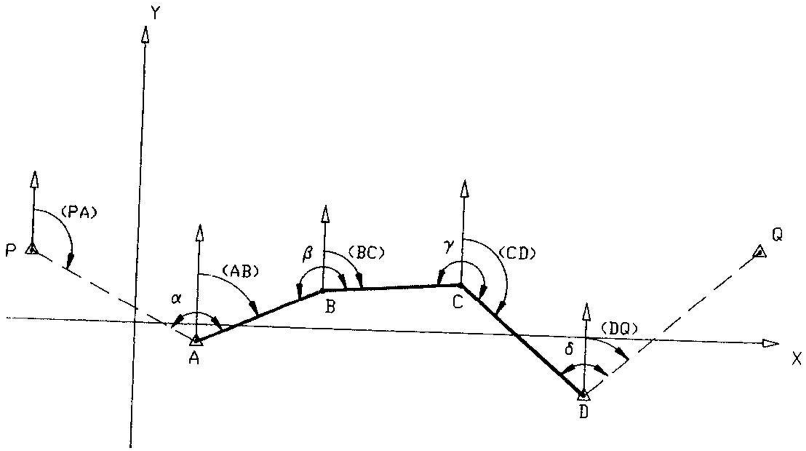
Elementi incogniti:
Le cartesiane di B e C.

Calcolo degli azimut e chiusura angolare
Con le cartesiane di P,A,D,Q si calcolano gli azimut (PA) e (DQ)
Tag (PA) = Δx/Δy; Tag (DQ)* = Δx/Δy
Gli altri azimut si calcolano con il metodo della propagazione:
(AB) = (PA) + α +/- 200c; (BC) = (AB) + β +/- 200c; (CD) = (BC) + ɣ +/- 200c; (DQ) = (CD) + δ +/- 200c;
L'ultimo azimut si confronta con quello già calcolato con le cartesiane (distinto con asterisco), che si reputa più attendibile, potendo così Calcolare l'errore di chiusura angolare:
Δ_a = (DQ) – (DQ)*
Tale errore va confrontato con la tolleranza angolare già vista per le poligonali chiuse e se ne risultasse minore o uguale, si passerebbe alla compensazione empirica calcolando la quantità:
$\delta_a = \Delta_a/n$ (n = numero dei vertici della poligonale, escludendo i punti noti P e Q)
Essa va aggiunta (se l'errore è negativo) o tolta (nel caso opposto) una sola volta al primo azimut, due volte al secondo azimut e così via, fino a compensare l'ultimo azimut di tutto l'errore Δ_a:
(AB)' = (AB) +/- δ_a; (BC)' = (BC) +/- 2δ_a; (CD)' = (CD) +/- 3δ_a; (DQ)' = (DQ) +/- 4δ_a = (DQ) +/-Δ_a = (DQ)* ;

Quest'ultimo azimut si determina solo come verifica, essendo superfluo per il calcolo successivo.

Le Poligonali

Poligonale aperta vincolata



Calcolo delle cartesiane parziali e chiusura lineare

Le coordinate parziali si calcolano come già visto per la poligonale chiusa; le somme delle X e delle Y dovrebbero essere rispettivamente uguali ai Δx e Δy, calcolati con le cartesiane totali già note di A e D, i quali vengono assunti come valori più attendibili; venendo così a determinarsi gli errori

$\delta_X = \Sigma$ X parziali – Δx; $\delta_Y = \Sigma$ Y parziali – Δy;

Da questo punto in poi il procedimento di verifica della tollerabilità e della compensazione empirica lineari ricalca quello già visto per le poligonali chiuse.

Calcolo delle cartesiane totali o assolute

E' del tutto identico a quello visto precedentemente, ed al termine le cartesiane totali di D, ottenute con le successive traslazioni di assi, devono coincidere con quelle dello stesso punto note a priori.

Le Poligonali

Operazioni altimetriche

Adoperando strumenti ottico-meccanici, le determinazioni altimetriche possono essere effettuate con le livellazioni ecclimetriche reciproche, nei casi leciti, o con livellazioni trigonometriche, quando i punti livellati sono distanzi molte centinaia di metri ed oltre.
Con la stazione totale e prisma i dislivelli sono misurati anche al millimetro.
Se si volessero più spinte esattezze, si potrebbero mettere in essere le livellazioni geometriche dal mezzo, usando il livello ottico-meccanico o elettro-ottico.

L'altimetria nelle poligonali chiuse

La chiusura riguarda anche le operazioni altimeriche che, nel caso in esame, si otterebbe con la somma algebrica dei dislivelli, di ogni punto rispetto al precedente (ogni dislivello è la media dei due valori di andata e ritorno): detta somma dovrebbe essere nulla , ed il valore che generalmente si ottiene si assume come errore di chiusura altimetrica.

$\Sigma\Delta_i = \delta_d$ (errore altimetrico totale);

Esso dev'essere minore o uguale alla tolleranza, del tipo $t = +/- c * \sqrt{\Sigma L_i}$

Ove c è un coefficiente che dipende dalla livellazione adottata e ΣL_i è lo sviluppo orizzontale della poligonale, espressa generalmente in km.

La compensazione altimetrica empirica quando le livellazioni non dipendono dalla distanza (livellazioni geometriche), si può effettuare dividendo l'errore totale per il numero dei dislivelli e aggiungendo o togliendo ad ognuno di essi la quantità risultante; quando le livellazioni dipendono dalla distanza (livellazioni ecclimetriche e trigonometriche), si compensano i dislivelli in parti proporzionali alle singole distanze che loro competono, in modo analogo a quanto visto per la compensazione lineare empirica:

$U_d = \delta_d / \Sigma L_i$ (errore altimetrico unitario);

$\Delta'_i = \Delta_i +/- U_d * L_i$

Δ'_i = dislivello "iesimo" compensato; L_i = distanza "iesima" corrispondennte; Δ_i = dislivello "iesimo" non compensato.

Compensati i dislivelli si passa al calcolo delle quote di ogni punto, ottenendone la terza coordinata "Z"

Se l'errore δ_d fosse superiore alla tolleranza si dovrebbero ripetere le misurazioni d a capo.

L'altimetria nelle poligonali vincolate

La somma algebrica dei dislivelli misurati dovrebbe essere uguale al dislivello fra i punti estremi, le cui quote sono note a priori; la differenza che generalmente si ottiene si assume come errore di chiusura altimetrica:

$\delta_d = \Sigma \Delta_i - \Delta_{AB}$

Ove con Δ_{AB} si intende il dislivello fra i punti estremi.

Verificata la tollerabilità dell'errore, si passa alla compensazione empirica così come si è esposto in precedenza.